УДК 681.391

ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ПЕРЕДАЧИ И ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОПОРОГОВЫХ МЕТОДОВ ДЕКОДИРОВАНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ

Золотарёв В.В., Овечкин Г.В.

Институт космических исследований РАН,

Рязанский государственный радиотехнический университет

Рассмотрены многопороговые алгоритмы декодирования самоортогональных помехоустойчивых кодов. Представлены как достижения последних лет в области кодирования и декодирования двоичных кодов, применяющихся в различных высокоскоростных спутниковых каналах, так и новые возможности символьных (недвоичных) декодеров этого же типа для использования в системах хранения данных. Проводится краткое сопоставление характеристик многопороговых декодеров и других методов: декодера Витерби, декодера турбо и низкоплотностных кодов, а также некоторых методов исправления ошибок для кодов Рида-Соломона, которые оказываются намного сложнее мажоритарных алгоритмов.

Введение

В настоящее время для обмена информацией широко используются различные системы цифровой связи. Подобные системы используют для передачи данных как проводные, так и беспроводные каналы связи, в которых под действием различного рода помех передаваемая информация может исказиться. Это является недопустимым для многих приложений. Поэтому в любой системе передачи цифровых данных применяются средства помехоустойчивого кодирования, использование которых позволяет снизить долю неисправленных ошибок до приемлемой.

Абсолютная необходимость использования помехоустойчивого кодирования для каналов передачи информации была выяснена много десятилетий назад почти сразу же после появления первых методов коррекции ошибок: кодов Хемминга и других поначалу простейших процедур. Оказалось, что применение хороших методов исправления ошибок фактически соответствует по своим результатам эффекту примерно 10-кратного повышения мощности генерируемого сигнала на передающей стороне. Это чрезвычайно важно во многих случаях использования цифровой радиосвязи, особенно на борту космических аппаратов, когда увеличение реальной физической мощности передатчика технически невозможно.

Эффект применения кодирования называют энергетическим выигрышем кодирования (ЭВК). Причем, обращаясь к современным потребностям информатики, можно сразу же указать, что в связи с постоянным ростом требований к достоверности цифрового обмена требуемая величина ЭВК быстро растет, что и подчеркивает насущную необходимость всемерного развития методов декодирования помехоустойчивых кодов для очень разных технических приложений – иначе эффективная цифровая передача в принципе оказывается невозможной. Дело в том, что применение кодирования обеспечивает очень заметное повышение КПД использования каналов цифровой связи. Этот КПД становится больше, если применяемые коды и, самое главное, используемые методы коррекции ошибок действительно могут справиться с ошибками по возможности при более высоком уровне шума в канале. Поиском конкурирующих алгоритмов, которые наиболее просто и с максимальной достоверностью исправляли бы потоки ошибок в сильно шумящих каналах, заняты многие тысячи исследователей по всему миру.

Большое внимание развитию цифровых систем передачи данных уделяется и в России. И хотя на конец 2010 года по данным Международного союза электросвязи Россия занимала лишь 47-е место в мире по уровню развития инфокоммуникационных технологий, в настоящее время правительство РФ активно субсидирует проведение исследований в этой области и внедрение их результатов в технику связи. При этом особое внимание, по словам президента РФ, должно уделяться созданию собственных технологий.

В статье представлены результаты оригинальных исследований, проводимых в Институте космических исследований и Рязанском государственном радиотехническом университете, в рамках которых разрабатываются эффективные и удобные для практической реализации очень простые методы декодирования помехоустойчивых кодов, называемые алгоритмами многопорогового декодирования (МПД). Алгоритм МПД, являющийся исключительно российской разработкой и построенный на принципиально новых, но весьма неожиданных для теории помехоустойчивого кодирования принципах, позволил решить практически все основные проблемы высококачественного декодирования цифровых данных.

Эффективность современных методов коррекции ошибок

На сегодняшний день в теории помехоустойчивого кодирования известно всего несколько методов коррекции ошибок в цифровых данных, обеспечивающих работу вблизи пропускной способности канала. Рассмотрим их эффективность при работе в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) и двоичной фазовой модуляцией (ФМ2) при использовании двоичных кодов с кодовой скоростью R=1/2 [1]. Отметим, что при таких параметрах канала и кодов теоретически можно работать при отношении сигнал/шум, равным 0,2 дБ (кривая «C=1/2» на рис. 1).

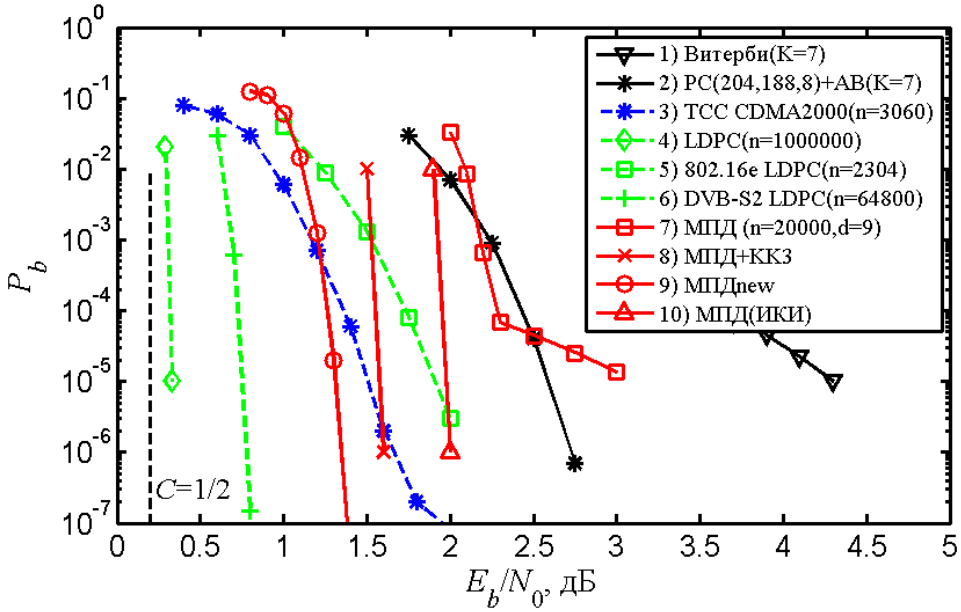

Рис. 1. Эффективность методов коррекции ошибок в канале с АБГШ и ФМ2

Наиболее широкое практическое применение в реальных системах связи нашли сверточные коды, для декодирования которых часто используется оптимальный алгоритм Витерби [2] (кривая «1) Витерби(K=7)» на рис. 1), и различные каскадные коды, например, каскадные коды, состоящие из кода Рида-Соломона и сверточного кода (кривая «2) PC(204,188,8)+AB(K=7)» на рис. 1). Эти методы появились и развивались в 70-х – 80-х годах прошлого века. Характеристики данных методов коррекции ошибок, как следует из представленных графиков, существенно хуже теоретически возможных. В последнее время зарубежными специалистами активно развиваются турбо [3, 4] и низкоплотностные коды [5], эффективность которых очень высока. Например, методы декодирования турбо кодов, рекомендованных стандартом CDMA2000, обеспечивают характеристики, представленные кривой «3) TCC CDMA2000(n=3600)». А с помощью низкоплотностных кодов длиной в миллион битов можно обеспечить сколь угодно малую вероятность ошибки декодирования при работе менее чем в 0,1 дБ от пропускной способности гауссовского канала (кривая «4) LDPC(n=1000000)» на рис. 1). Эффективность декодеров низкоплотностных кодов меньшей длины, представлена на рисунке кривыми «5) 802.16e LDPC(n=2304)» и «6) DVB-S2

LDPC(n=64800)». К сожалению, все эти методы при работе в условиях большого шума все еще обладают весьма большой сложностью реализации, что затрудняет их практическое применение в высокоскоростных системах передачи и хранения данных.

Интересным направлением в области разработки алгоритмов коррекции ошибок является многопороговое декодирование (МПД), развиваемое только российскими специалистами [6–9]. Для МПД показано, что они позволяют почти оптимально (т.е. так же хорошо, как и переборные экспоненциально сложные от длины кода методы!) декодировать даже очень длинные коды с линейной от длины кода сложностью исполнения, демонстрируя при этом достаточно хорошие корректирующие способности, пример которых для кода длиной 20000 битов, кодовым расстоянием d=9 и кодовой скоростью R=1/2 представлен на рис. 1 кривой «7) МПД (n=20000,d=9)». При этом МПД выполняют только быстрые простейшие операции сложения и сравнения целых чисел, что делает их очень привлекательными для применения в существующих и вновь создаваемых высокоскоростных цифровых системах передачи данных.

Многопороговые декодеры

Для иллюстрации основных принципов работы МПД, используемого для декодирования блоковых или сверточных самоортогональных кодов (СОК) [6, 7, 9], рассмотрим схемы, реализующие операции кодирования и декодирования. Кодер для подобных кодов является простейшим устройством, состоящим только из регистров сдвига и сумматоров по модулю 2. Пример кодера для сверточного СОК с кодовой скоростью R=1/2 показан на рис. 2. Достаточно простым является и сам МПД, пример схемы реализации которого для двух итераций декодирования такого же сверточного кода показан на рис. 3.

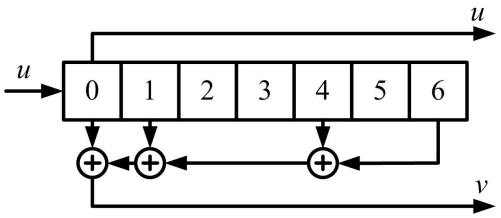

Рис. 2. Схема кодера сверточного СОК

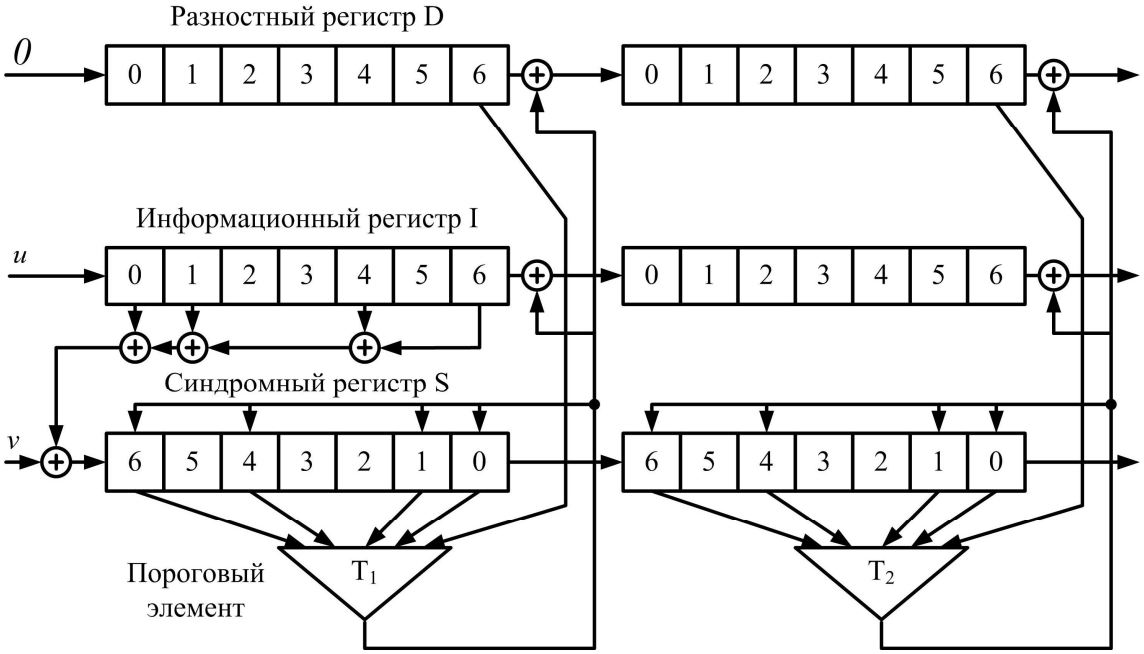

Рис. 3. Схема декодера МПД сверточного кода с двумя итерациями

Несмотря на достаточно хорошую корректирующую способность, обеспечиваемую исходным МПД алгоритмом, разработчики постоянно ищут способы возможного повышения его эффективности.

Одним из способов приближения области эффективной работы МПД к пропускной способности канала является выбор кодов, в наименьшей степени подверженных размножению ошибок (РО) декодирования [6]. Данное свойство проявляется в том, что после того, как декодер при работе совершает ошибку, вероятность ошибки в следующих символах существенно возрастает. В работах [6, 10, 11] предложены подходы, позволяющие оценить подверженность кода РО и построить коды с минимальным РО. Показано, что для получения наилучших характеристик необходимо использовать коды, в которых присутствует несколько информационных и проверочных ветвей. Пример кодера такого кода, содержащего две информационные и две проверочные ветви, представлен на рис. 4.

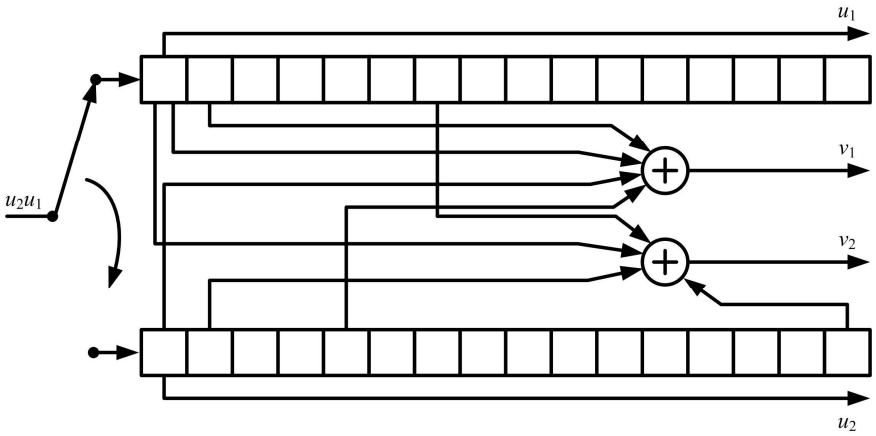

Рис. 4. Схема кодера сверточного СОК с двумя информационными и двумя проверочными ветвями

При использовании кода такой структуры удается добиться существенного снижения уровня размножения ошибок за счет уменьшения числа общих ошибок, участвующих при декодировании разных информационных битов [6]. Следует отметить, что как программная, так и аппаратная реализация МПД для данного кода также не представляет никакой сложности. В работах [6, 10, 11] авторами показано, что только за счет грамотного выбора кода и оптимизации его структуры без усложнения схемы декодирования можно получить дополнительный энергетический выигрыш порядка 1..1,5 дБ.

Следующее направление работ в рамках этих необычайно эффективных и предельно простых алгоритмов связано с разработкой каскадных схем кодирования, составной частью которых является МПД. При этом каскадирование следует осуществлять только с очень простыми кодами для того, чтобы общая сложность схемы сильно не увеличилась. Поэтому основное внимание при таком подходе уделено каскадированию кодов, используемых в МПД, с кодами контроля четности, кодами Хэмминга и короткими самоортогональными кодами [8, 19]. Применение подобных схем, как показали аналитические расчеты и результаты компьютерного моделирования, позволяет приблизить область эффективной работы МПД к пропускной способности канала на 1..2 дБ и уменьшить вероятность ошибки декодирования на 2..5 порядков без существенного усложнения схемы декодирования, которое составляет тут всего 5-25%. Для примера на рис. 1 кривой «8) МПД+ККЗ» показаны характеристики одной из каскадных схем, построенных на основе МПД. Данная схема позволяет обеспечить эффективность, сопоставимую с эффективностью лучших методов коррекции ошибок. При этом сложность декодера этой каскадной схемы остается очень небольшой. В результате такой каскадный МПД легко реализовать, как и обычный МПД декодер, для скоростей порядка 500 Мбит/с и даже выше.

Дополнительное улучшение эффективности декодирования самоортогональных кодов возможно при незначительном усложнении алгоритма декодирования [20]. Возможности од-

ного из таких декодеров представлены на рис. 1 кривой «9) МПДnew», которая иллюстрирует очень высокую энергетическую эффективность предложенного алгоритма на расстоянии всего лишь 1,1 дБ от пропускной способности канала связи. Абсолютное большинство других алгоритмов коррекции ошибок являются в области столь больших шумов чрезвычайно сложными. При этом обеспечиваются характеристики, сопоставимые или даже лучшие, чем характеристики декодеров многих известных турбо и LDPC кодов.

При анализе сложности реализации оказывается, что МПД при декодировании выполняет в десять, пятьдесят и более раз меньшее число операций, чем другие сопоставимые по эффективности методы коррекции ошибок [6, 7]. Это позволяет считать, что алгоритм МПД может быть признан одним из основных методов коррекции ошибок для большинства современных высокоскоростных систем передачи данных с предельно возможными уровнями энергетического выигрыша и быстродействием, достигающим нескольких Гбит/с. Кроме того, для МПД существует возможность полного распараллеливания операций при его аппаратной реализации [12].

Заметим, что методы помехоустойчивого декодирования двоичных потоков на основе МПД-алгоритмов, которые начали развиваться на 22 года раньше своих зарубежных аналогов-конкурентов, уже проверены в аппаратуре космической связи НИИ Радио, где за 20 лет создано 5 поколений декодеров, успешно применялись Воронежским НИИ связи и получили премию Правительства РФ по науке и технике 2004 года. Одна из последних реализаций МПД была разработана в ИКИ РАН на ПЛИС Altera Stratix EP1S20 (рис. 5) [12]. Этот МПД является очередным важнейшим этапом развития декодеров сверточных кодов на базе МПД и может считаться представителем их шестого поколения. В данной ПЛИС реализован кодер, модуль генератора гауссовского шума и декодер, состоящий из 9-ти итераций коррекции ошибок. Разрядность шины данных 8 бит, частота следования данных 40 МГц (общая информационная скорость до 320 Мбит/сек). Длина каждой итерации декодера составляет 256 бит.

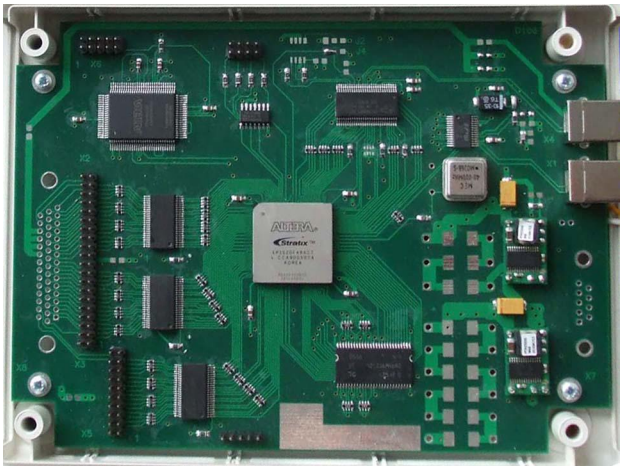

Рис. 5. МПД, разработанный в ИКИ РАН на ПЛИС Altera Stratix EP1S20

В процессе разработки рассматриваемого МПД как составной части аппаратно-программного демонстрационно-измерительного стенда в рамках гранта РФФИ №05-07-90024в был создан комплекс программных средств, который обеспечивал генерацию информационного потока, формирование шума с настраиваемыми параметрами, имитацию аппаратной версии декодера, оценку скорости работы прибора (демонстрация производительности декодера в спутниковом канале на скорости 320 Мбит/сек), а также измерение достоверности декодирования в зависимости от уровня шума канала.

Данный проект показал, что всегда можно получить хорошие энергетические характеристики кодирования при высоком уровне шума на информационной скорости до 320 Мбит/с при **исключительно малой (!)** аппаратной сложности, что чрезвычайно ценно для систем дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и для всех новых систем микро- и наноспутников.

В 2009 г. в ИКИ РАН завершились испытания декодера, работающего уже на информационной скорости более 1 Гбит/с. Этого удалось достичь за счет использования конвейера при реализации процедур вычислений на пороговом элементе декодера. При реализации сверхвысокоскоростной версии МПД декодера удалось максимально эффективно использовать вычислительные ресурсы очень недорогой ПЛИС. Энергетическая эффективность и общие размеры наземной части комплекса (декодера) в общем случае определяются выбором конкретных типов и числа ПЛИС приемной части системы кодирования. Пример характеристик, обеспечиваемых данной ПЛИС, представлен на рис. 1 кривой «10) МПД(ИКИ)». Его проектирование, моделирование и испытания были выполнены в рамках другого гранта РФФИ №08-07-00078.

Таким образом, важнейшим достоинством предлагаемых МПД алгоритмов наряду с высокой эффективностью оказывается возможность их чрезвычайно высокого быстродействия при аппаратной реализации, так как эти алгоритмы допускают полное их распараллеливание, что позволяет производить МПД декодирование в темпе, совпадающим с быстродействием регистров сдвига (самых высокоскоростных элементов схемотехники!) в выбранной элементной базе. В настоящее время не известны алгоритмы других типов, которые хоть отчасти обладали бы подобными свойствами. Эти возможности высокоскоростной работы МПД всегда можно сохранить фактически при любых модификациях и усовершенствованиях МПД методов, известных к настоящему моменту.

Особое значение имеет развитие недвоичных многопороговых декодеров (qМПД) [6, 13–17], позволяющих исправлять ошибки в принятых данных на уровне символов. Важность данного направления обусловлена тем, что в настоящее время среди недвоичных кодов практическое применение нашли только коды Рида-Соломона. Но сложность декодирования данных кодов пропорциональна квадрату длины кода. Поэтому применять в реальных системах можно только короткие коды Рида-Соломона, обладающие не очень высокой эффективностью. Разработанные же недвоичные МПД оказываются лучше кодов Рида-Соломона по вероятности ошибки на много порядков и гораздо проще по сложности декодирования [13–17]. В результате символьный (недвоичный) аналог двоичного алгоритма МПД может обеспечить при весьма высоких уровнях шума вероятности ошибки декодирования, в ряде случаев абсолютно недоступные для кодов Рида-Соломона сколько угодно большой длины. При этом сложность реализации такого алгоритма оказывается незначительной, линейно растущей с длиной кода, т.е. теоретически минимально возможной.

Рассмотрим характеристики недвоичных многопороговых декодеров в q-ичном симметричном канале (qСК). В таком канале каждый символ искажается независимо от других с вероятностью P_0, причем при искажении символ с равной вероятностью переходит в один из q–1 оставшихся символов. Подобная модель, например, соответствует каналу с пакетами ошибок при использовании перемежения/деперемежения на уровне символов. Зависимости вероятности символьной ошибки P_s после декодирования от вероятности символьной ошибки P_0 в qСК для кодов с кодовой скоростью R=1/2 представлены на рис. 6. Здесь кривыми *4* и *5* показаны характеристики qМПД для кодов с длиной блока n=4000 и 32000 символов при использовании 8-ми битовых символов (размер алфавита q=256). Объем моделирования в нижних точках данных графиков составлял от $5\cdot10^{10}$ до $2\cdot10^{12}$ символов, что свидетельствует о крайней простоте метода. Для сравнения на данном рисунке кривой *1* показаны характеристики (255, 128) кодов РС для q=256. Из рис. 6 видно, что эффективность qМПД оказывается гораздо лучше эффективности кодов РС для символов такого же размера. При увеличении длины блока qМПД разница в эффективности становится еще более существенной. Отметим, что разнообразные методы повышения корректирующей способности кодов РС, в том числе все вариации алгоритма Судана, обладают сложностью порядка n^3. Для кодов длины 32000 символов это приводит к разнице в порядке сложности около $n^2 = 32000^2 \approx 10^9$, т.е. в миллиард раз, при этом улучшение помехоустойчивости оказывается весьма незначительным. Это продемонстрировано на рис. 6 кривой *3*, которой представлены нижние оценки для возможностей алгоритма Судана для (255, 128) кода РС.

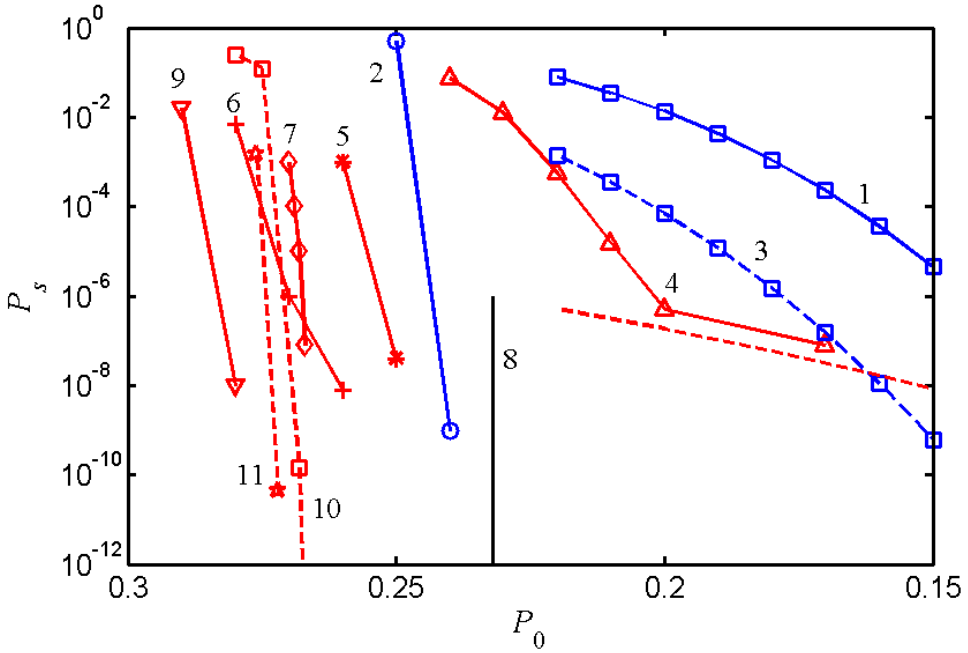

Рис. 6. Характеристики недвоичных кодов с кодовой скоростью *R*=1/2 в *q*СК

Дополнительным преимуществом *q*МПД над другими методами коррекции ошибок является то, что он позволяет легко работать с символами практически любого размера, обеспечивая при этом такую же высокую корректирующую способность. Это подтверждается представленными на рисунке характеристиками *q*МПД для кода длиной 32000 двухбайтовых символов (кривая *6*) и длиной 100000 четырехбайтовых символов (кривая *9*). Отметим, что очень простой для реализации *q*МПД декодер для двухбайтового кода длины 32000 оказывается способным обеспечить помехоустойчивость, принципиально недостижимую даже для кода РС длины 65535 двухбайтовых символов (кривая *2* на рис. 6), декодер для которого не подлежит реализации в обозримом будущем. Кроме того, *q*МПД для четырехбайтовых символов превосходит по эффективности даже на три порядка более сложный декодер недвоичных низкоплотностных кодов длиной 100000 четырехбайтовых символов, пример характеристик которого представлен на рис. 6 кривой *8* [21].

Снова отметим, что для достижения с помощью *q*МПД таких результатов требуется очень тщательно выбирать применяемые коды, основным критерием при отборе которых является степень устойчивости к эффекту размножения ошибок. В [11] показано, что оптимизируя структуру данных кодов можно еще улучшить эффективность работы *q*МПД. В частности, характеристики найденного в [11] кода с *q*=256 и кодовой скоростью 1/2 представлены на рис. 6 кривой *7*. Видно, что данный код обеспечивает эффективную работу при бо́льших вероятностях ошибки в *q*СК, чем известные ранее (кривая *5*), при такой же сложности их декодирования.

Еще бо́льшую эффективность практически без усложнения процедуры коррекции ошибок можно получить при переходе к каскадным схемам кодирования. В [8, 13,16] показано, что применение совместно с *q*МПД простейшего кода с контролем по модулю *q* позволяет на 1..3 порядка снизить вероятность ошибки на блок по сравнению с обычным *q*МПД при всего лишь 2% росте избыточности. При этом увеличение объема вычислений в каскадном коде составляет менее 20% по сравнению с исходным алгоритмом *q*МПД. А за счет применения совместно с *q*МПД модифицированного недвоичного расширенного кода Хэмминга можно уменьшить вероятность ошибки декодирования на 3..5 порядков [14] (кривая *10* на рис. 6). Отличительной особенностью предложенных в [14] модифицированных недвоичных расширенных кодов Хэмминга от известных является то, что при кодировании и декодировании используется работа с целыми числами по mod *q*, а не с элементами поля Галуа. В результате данные коды можно использовать практически для любого размера символа при весьма не-

значительной сложности их кодирования и декодирования. Еще лучшие результаты получаются при использовании в ранее рассмотренной схеме вместо кодов Хэмминга высокоскоростных недвоичных самоортогональных кодов [18]. Для подобных схем сформулированы правила работы декодера внешнего кода, при выполнении которых при каждом изменении декодируемого символа правдоподобность его решения строго возрастает, т.е. расстояние между решением декодера и принятым сообщением становится меньше. Результат моделирования данной каскадной схемы представлен на рис. 6 кривой *11*. Отметим, что при этом обеспечивается вероятность символьной ошибки декодирования порядка 10^{-12} при 27% символьных ошибок в канале, что является абсолютно уникальным результатом для современной теории кодирования.

Одной из областей применения недвоичных кодов является защита данных от искажений при долговременном хранении на различных носителях информации. Для решения подобных задач в настоящее время используются, например, такие известные программные пакеты, как QuickPar (www.quickpar.org.uk) и ICE ECC (www.ice-graphics.com), основанные на применении кодов Рида-Соломона. При работе данных пакетов с большими файлами возникают сложности или с обеспечением приемлемой скорости, или с надежностью исправления ошибок. Применение для защиты файлов программных средств [15], использующих алгоритмы *q*МПД, решает перечисленные проблемы, часто предоставляя одновременно и большую корректирующую способность, и гораздо более высокое быстродействие.

Приведенные результаты позволяют считать, что МПД методы действительно относятся к уникальным алгоритмам, способным обеспечивать эффективное декодирование при большом уровне шума, выполняя очень небольшое число операций и достигая высочайших уровней достоверности хранения цифровой информации и скорости ее обработки в сверхбольших базах данных, в оптических дисках и т.д. Во всех этих случаях используются очень ограниченные ресурсы, такие, как простые микропроцессоры или самые дешевые ПЛИС, что и определяет простоту и эффективность новых методов помехоустойчивого кодирования.

Заключение

Принципиально новый уровень помехоустойчивости и скорости обработки данных по сравнению с абсолютно всеми известными методами коррекции ошибок, достигаемый с помощью алгоритмов МПД разных типов, позволяет решать задачи обеспечения высокой надежности передачи данных без какой-либо дополнительной доработки этих алгоритмов или всего лишь при незначительной их адаптации к возможным дополнительным требованиям, возникающим в крупномасштабных цифровых системах. Их использование одинаково просто и эффективно как при аппаратной, так и при программной реализации.

Представленные исследования и разработки ведутся только в РФ коллективом авторов статьи. Ориентировочное опережение зарубежных разработок, исходя из темпов развития теории и техники кодирования в течение последних 20 лет, составляет, наверное, 7…10 лет, что сейчас является редчайшим случаем в теоретических и, тем более, в прикладных исследованиях. Вместе с тем, за 25 лет после первой публикации всех основных результатов по символьным МПД декодерам ни один научный коллектив в мире не повторил даже простейших версий этого алгоритма и не опубликовал ни одной работы такого же или хотя бы близкого уровня по декодерам других типов. Поэтому вполне возможно, что реальное опережение нашими работами всех других исследований декодеров в стране и в мире так и останется на уровне порядка 25 лет.

Возможности символьных МПД алгоритмов оказываются по вероятности ошибки и по числу операций декодирования на много порядков лучше, чем возможности кодов Рида-Соломона, по праву считавшихся лучшими недвоичными кодами в течение почти полувека. Это позволяет с помощью *q*МПД более успешно решать задачи обеспечения высокой надежности хранения больших объемов цифровых данных, возникающие, в частности, в системах дистанционного зондирования Земли. При использовании *q*МПД в таких системах легко обеспечить оперативный контроль за качеством хранимой информации, а также корректи-

ровку данных вследствие старения и возникающих дефектов носителя. Производительность кодеров для *q*МПД, которые оказываются предельно простыми однотактными узлами, может быть легко доведена при аппаратной реализации до уровня в несколько Гбайт/с. В результате их использование в процессе записи данных никогда не будет ограничивающим фактором для высокоскоростных систем ДЗЗ и других спутниковых, космических и иных систем связи.

Большой объем научно-методических и учебно-демонстрационных материалов по МПД алгоритмов представлен на специализированных двуязычных веб-сайтах [9]. Все рассмотренные циклы работ по МПД ведутся в последние годы при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Института космических исследований, Рязанского государственного радиотехнического университета.

Литература

1. Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Обзор методов помехоустойчивого кодирования с использованием многопороговых декодеров // Электросвязь. М., 2008. №12. С.2–11.

2. Витерби А. Границы ошибок для сверточных кодов и асимптотически оптимальный алгоритм декодирования // Некоторые вопросы теории кодирования. М.: Мир, 1970. С.142–165.

3. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes // Proc. of the Intern. Conf. on Commun. 1993. May. P.1064–1070.

4. Press Release, AHA announces Turbo Product Code Forward Error Correction Technology. 1998.

5. MacKay D.J.C., Neal R.M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes // IEEE Electronics Letters. Aug. 1996. V.32. №18. P.1645–1646.

6. Золотарёв В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования. М.: Радио и связь, Горячая линия – Телеком, 2006.

7. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы. Справочник. М.: Горячая линия – Телеком, 2004. 126 с.

8. Зубарев Ю.Б., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Обзор методов помехоустойчивого кодирования с использованием многопороговых алгоритмов // Цифровая обработка сигналов, 2008, №1, С.2–11.

9. Веб-сайты **www.mtdbest.ru** и **www.mtdbest.iki.rssi.ru**.

10. Золотарёв В.В. Параллельное кодирование в каналах СПД // Вопросы кибернетики. 1986. Вып.120. С.56–58.

11. Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Оптимизация структуры недвоичных самоортогональных кодов для схем параллельного кодирования // Труды НИИР, 2009, №2, С.34–38.

12. Золотарёв В.В., Назиров Р.Р., Никифоров А.В., Чулков И.В. Новые возможности многопорогового декодирования по высокодостоверной передаче данных ДЗЗ // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. Сборник научных статей. Выпуск 6. Том I. Москва, ООО «Азбука-2000», 2009. С.167–173.

13. Золотарёв В.В. Обобщение алгоритма МПД на недвоичные коды // Мобильные системы, 2007, №3, С.39–42.

14. Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Использование недвоичного многопорогового декодера в каскадных схемах коррекции ошибок // Вестник РГРТУ, 2009. №4 (выпуск 30).

15. Овечкин П.В. Применение недвоичного многопорогового декодера для защиты файлов от искажений // В сб.: «11 Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее приложения- DSPA-09», М., 2009. С.200–202.

16. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Эффективное многопороговое декодирование недвоичных кодов // Радиотехника и электроника. – М., 2010. Т.55. – №3. – С.324–329.

17. Кузнецов Н.А., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Недвоичные многопороговые декодеры и другие методы коррекции ошибок в символьной информации // Радиотехника. – М., 2010. №6. – вып. 141. – С.4–9.

18. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Каскадные методы декодирования символьных помехоустойчивых кодов, основанные на многопороговых алгоритмах // 66-я Научная сессия, посвященная Дню радио» Москва 2011. Том 1. – С.245–247.

19. Овечкин Г.В. Метод декодирования каскадных помехоустойчивых кодов с применением многопороговых алгоритмов // Труды НИИР. Москва 2011. №1. – С.55–61.

20. Овечкин Г.В. Применение min-sum алгоритма для декодирования блоковых самоортогональных кодов // Математическое и программное обеспечение вычислительных систем: межвуз. сб. науч. тр. – М.: Горячая линия – Телеком, 2010. – С.99–105.

21. Zhang F., Pfister H. List-Message Passing Achieves Capacity on the q-ary Symmetric Channel for Large q // In Proc. IEEE Global Telecom. Conf., Washington, Nov. - 2007. -P.283–287.