

ДИВЕРГЕНТНОЕ МУЛЬТИКАСКАДНОЕ КОДИРОВАНИЕ В ГАУССОВСКИХ КАНАЛАХ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ШЕННОНА

проф. Золотарёв В.В.¹, проф. Овечкин Г.В.²

¹Институт космических исследований РАН

²Рязанский государственный радиотехнический университет

Рассмотрены многопороговые алгоритмы декодирования (МПД) двоичных свёрточных кодов, реализующие оптимизационные методы коррекции ошибок на основе поиска глобального экстремума функционалов в дискретных пространствах. Обсуждается дивергентный подход, позволяющий за счет постепенного наращивания кодового расстояния свёрточных кодов значительно повысить эффективность МПД декодеров при большом уровне шума. Описана реализация дивергентных методов кодирования с трехкратным каскадированием для достижения высокостойкого декодирования вблизи пропускной способности канала. Показаны возможности этого подхода при использовании каскадирования.

В современных системах передачи и хранения данных для исправления ошибок используются методы помехоустойчивого кодирования. Среди наиболее эффективных известных помехоустойчивых кодов следует выделить турбо, низкоплотностные, полярные коды, которые обеспечивают высокую энергетическую эффективность при приемлемой для большинства приложений сложности декодера. Перспективным для высокоскоростных систем передачи и хранения данных также являются многопороговые методы декодирования (МПД) самоортогональных кодов [1..5], вычислительная сложность которых в десятки раз меньше сложности декодеров ранее перечисленных кодов при достаточно высокой энергетической эффективности. Данные методы реализуют методы поиска глобального экстремума функционалов при линейной от длины кода сложности декодирования [1, 3, 4]. МПД обеспечивают высокий уровень результирующей достоверности декодирования, во многих случаях практически совпадающей с результатами оптимального декодирования (ОД) непосредственно вблизи границы Шеннона, т.е. около пропускной способности канала [1..4]. Обязательным условием получения таких результатов является использование кодов с малым уровнем размножения ошибок, правильный выбор алгоритма класса МПД и оптимизация всех настраиваемых элементов декодера.

Большое значение при создании алгоритма МПД, работающего вблизи границы Шеннона, имеет правильное применение соответствующих ОТ парадигм (совокупности правил, методик, закономерностей и свойств), определяющих конечную эффективность методов ОТ и создаваемых на её основе алгоритмов МПД. Ниже рассмотрены характеристики новых вариантов МПД декодеров, при создании которых оказалось важным правильно применять принципы дивергентного кодирования и простых эффективных методов каскадирования – важнейших принципов создания МПД алгоритмов, значительно улучшающих их характеристики.

Принцип дивергентности (расширения, увеличения) в ОТ состоит в реализации различных методов увеличения кодового расстояния некаскадными методами, что позволяет повысить работоспособность МПД декодеров при большом уровне шума [1, 6..8]. При этом всегда сохраняется небольшая сложность реализации исходных методов, а также реализуется более высокая результирующая эффективность кодирования, если, например, при этом используются коды, допускающие многопороговое декодирование (МПД) [1, 6..8]. В этом случае фактически оказывается возможным столь эффективное декодирование, что даже при большом уровне шума канала оно оказывается совпадающим по вероятности ошибки с оптимальным декодированием (ОД) для используемых длинных кодов, которое обычно создается только на основе полного перебора, как это успешно реализуется, например, в случае алгоритма Витерби (АВ). Однако сложность МПД, которые и при дивергентном кодировании оказываются простейшими схемами с мажоритарным декодированием, остается теоретически минимально возможной, линейной от длины кода.

На рисунке 1 представлены характеристики МПД алгоритмов в двоичном АБГШ канале при использовании свёрточных кодов с кодовой скоростью $R=1/2$. График МТД1 соответствует МПД алгоритму для свёрточного двоичного кода с $d=21$ в гауссовском канале с $T=192$ итерациями и с задержкой ~ 6 Мегабитов. Он может быть реализован на теоретически максимальных скоростях для выбранной элементной базы, как представлено в [2] на примере

чипа для ПЛИС Altera, работающем на скорости более 1 Гб/с. Возможности немного более простого МПД для кода с $d=9$, $I=70$ итерациями и задержкой менее 0,5 Мб показаны графиком MTD2. Вертикаль $C=1/2$ на рисунке 1 соответствует пропускной способности АБГШ канала $C=R=1/2$. Кривая «P0-channel» соответствует вероятности ошибки в канале без кодирования. При создании обоих вариантов декодеров использовались по 3 раза процедуры дивергентного кодирования, что и позволило реализовать на основе МПД алгоритмов простые процедуры коррекции ошибок в гауссовском канале с большим уровнем шума.

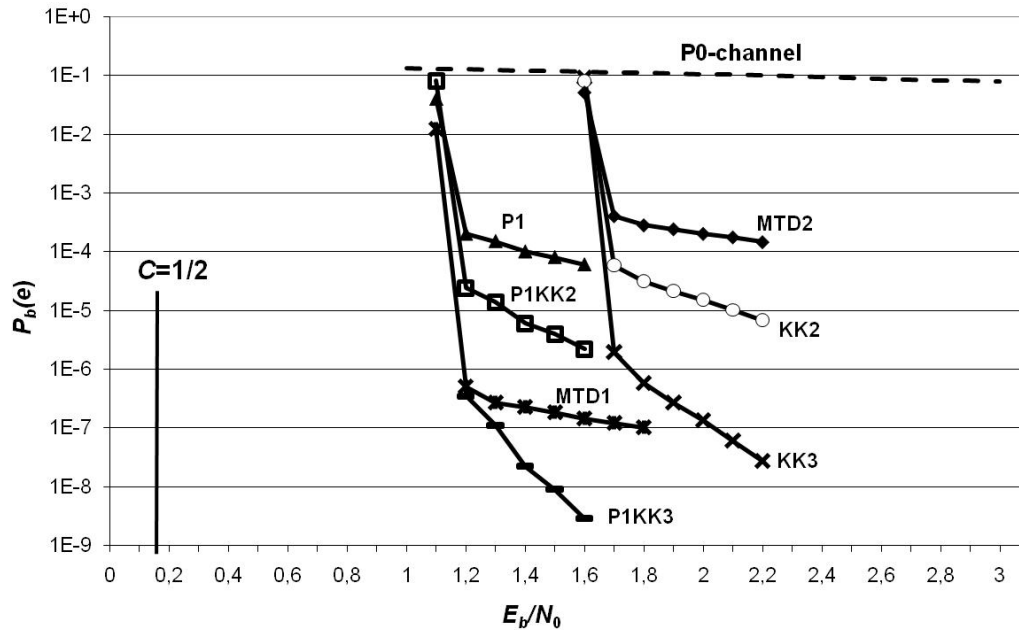


Рисунок 1. Характеристики многопороговых методов коррекции ошибок в канале с АБГШ при использовании ФМ2 и сверточных кодов с $R=1/2$

В [1, 9, 10] рассматривались методы каскадирования МПД алгоритмов с кодами контроля по чётности (ККЧ). Они характеризуются тем, что очень просто согласуются с мажоритарными алгоритмами и при каждой коррекции символов переходят ко всё более правдоподобным решениям для всего каскадного кода в целом. Существенно также и то, что ККЧ имеют очень малую избыточность и почти не снижают рабочую энергетическую каскадного декодера по сравнению с обычным МПД алгоритмом, но увеличивают энергетический выигрыш кодирования (ЭВК) на 1,5..2,0 дБ и более. В качестве примера кривая KK2 на рисунке 1 представляет результаты моделирования работы декодера, соответствующего графику MTD2 в каскадной схеме с ККЧ $(n_2, k_2, d_2)=(200, 199, 2)$. В [1, 9] показано, что для коротких версий каскадных кодов с ККЧ вероятность ошибок на бит $P_b(e)$ такой каскадной схемы достаточно точно оценивается выражением

$$P_{2b}(e) \approx 3n_2(P_{b\text{MTD}}(e))^2, \quad (1)$$

где $P_{b\text{MTD}}(e)$ – вероятность ошибки на бит МПД алгоритма.

Наиболее существенно для дальнейших рассуждений, что и ошибки на выходе каскадной схемы оказываются редкими и обычно одиночными или сдвоенными в пределах длины блока n_2 , что легко учесть при дальнейшем развитии этой очень удобной идеи каскадирования. Поэтому можно к данной схеме каскадирования снова применить процедуру каскадирования с кодом ККЧ. Однако в такой трёхкаскадной схеме при аналогичной длине и самого внешнего кода ККЧ $n_3 \sim 200$ при всех вариантах реализации каскадирования полная длина кода должна возрасти в несколько раз, возможно, восьмикратно. Окончательная вероятность ошибки на бит $P_{3b}(e)$ всей трехкаскадной схемы снова будет иметь такой же вид:

$$P_{3b}(e) \approx 3n_3(P_{2b}(e))^2. \quad (2)$$

При правильном выборе параметров составляющих кодов вероятность ошибки такой простейшей 3D схемы будет пропорциональной 4-й степени вероятности ошибки МПД, причём $P_{b\text{MTD}}(e)$ практически всегда совпадает с вероятностью ошибки ОД и, следовательно, весьма мала. Важно, что потери в кодовой скорости всего каскадного кода при указанных выше

параметрах составляют порядка 1%, т.е. менее 0,05 дБ, что вполне допустимо, а все корректировки декодируемых символов происходят с увеличением достоверности решений для всего каскадного слова в целом. Поскольку потери в кодовой скорости очень малы, далее все графики каскадирования будут представлены как бы без учёта столь незначительного смещения на величину, близкую к толщине представленных кривых.

Рассчитанная вероятность $P_{3b}(e)$ при $n_3=200$ на основе кода для декодера MTD2 представлена на рисунке 1 графиком ККЗ, который показывает значительный эффект введения третьего каскада.

Применим аналогичный подход к реализации 3D каскадирования на основе декодера MTD1. Уменьшим кодовое расстояние используемого кода в этой схеме до $d=13$. Оказалось, что для достижения оптимального декодирования на уровне $P_b(e) \sim 2 \cdot 10^{-4}$ необходимо лишь $I=160$ итераций при задержке решения порядка 5 Мбитов. Вероятность ошибки для такого укороченного кода на рисунке 1 представлена графиком P1, для обычной каскадной схемы графиком P1КК2, а для 3D каскадирования – P1КК3. Вид графиков свидетельствует о возможности существенно более достоверного декодирования на основе 3D каскадирования при энергетике АБГШ канала $E_b/N_0 \geq 1,2$ дБ по сравнению с исходным вариантом MTD1 декодера.

При уменьшении длины ККЧ немного возрастут потери по скорости, но существенно снизятся вероятности ошибки 3D декодера. Столь же сильно уменьшаются вероятности ошибки описанного каскадного декодирования даже при небольшом увеличении кодового расстояния внутреннего кода, декодируемого МПД алгоритмом.

Отметим, что предложенная идея для двоичных кодов легко обобщается на 3D каскадирование символьных кодов. Исходные обычные каскадные символьные схемы для такого обобщения могут быть взяты из [10].

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (грант №15-07-06348).

Литература

1. Золотарёв В.В. Теория кодирования как задача поиска глобального экстремума // Под научной редакцией академика РАН Н.А. Кузнецова – М.: Горячая линия - Телеком, 2018, 220 с. (в печати).
2. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Эффективные многопороговые методы декодирования самоортогональных кодов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета – Рязань, 2017, №60, С. 113–122.
3. Золотарёв В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Многопороговые декодеры и оптимизационная теория кодирования // Под редакцией академика РАН В.К. Левина – М.: Горячая линия-Телеком, 2012, 238 с.
4. Zolotarev V.V., Zubarev Y.B., Ovechkin G.V. Optimization Coding Theory and Multithreshold Algorithms // Geneva, ITU, 2015, 159p. (E-book: <http://www.itu.int/pub/S-GEN-OCTMA-2015>).
5. Ресурсы www.mtdbest.iki.rssi.ru и www.mtdbest.ru.
6. Золотарёв В.В. Способ декодирования информации с использованием сверточных кодов (принцип дивергенции) // Патент на изобретение РФ №2637487 от 04.12.2017 г.
7. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Дивергентное кодирование свёрточных кодов // Материалы 18-й Международной научно-технической конференции «Проблемы передачи и обработки информации в сетях и системах телекоммуникаций» – Рязань, 2015, С. 27–32.
8. Zolotarev V., Ovechkin G., Satybalina D., Tashatov N., Egamberdiyev E. Divergence coding for convolutional codes // MATEC Web of Conferences 125, 05009 (2017), CSCC 2017.
9. Zolotarev V.V., Ovechkin G.V., Ovechkin P.V., Egamberdiyev E. Usage of divergence within concatenated multithreshold decoding convolutional codes // Proc. of int. conf. “Advances in Wireless and Optical Communications (RTUWO)”, 2017.
10. Zolotarev V.V., Ovechkin G.V., Ovechkin P.V., Pilkin A.N. The Application of Modulo q Check Codes to Increase the Efficiency of Non-Binary Multithreshold Decoders Over q-ary Symmetric Channel // 2018 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). Moscow, 2018.

Abstract

The article deals with multithreshold decoding algorithms (MTD) for binary convolutional codes, which are implemented optimization error-correction methods based on global functional extremum searching over discrete spaces. It is discussed divergent principle allowing to improve MTD performance greatly at high channel noise due to gradual increasing code distance for convolutional codes. It is described implementation of divergent coding methods with threefold concatenation for providing high reliable decoding near to channel capacity. It is shown abilities of this principle with concatenation using.