

# ЭФФЕКТИВНОЕ НЕДВОИЧНОЕ МНОГОПороГОВОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ ДЛЯ СИСТЕМ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ

Р.Р. Назиров, В.В. Золотарёв, Г.В. Овечкин, П.В. Овечкин, И.В. Чулков

*Институт космических исследований РАН,  
117997, Москва, ГСП=7, Профсоюзная ул., д.84/32  
E-mails: zolotasd@yandex.ru, g\_ovechkin@mail.ru, chulkov@iki.rssi.ru*

Анализируются эффективность недвоичных многопороговых алгоритмов декодирования ( $q$ МПД) самоортогональных кодов. Представлены новые характеристики  $q$ МПД для новых кодовых схем с параллельным кодированием, обеспечивающих эффективную работу при существенно большем уровне шума в канале. Описано применение  $q$ МПД для защиты файлов от искажений.

**Ключевые слова:** помехоустойчивое кодирование, системы передачи данных, системы хранения данных,  $q$ -ичный симметричный канал, недвоичные коды, недвоичные самоортогональные коды, недвоичный многопороговый декодер

## Введение

В системах дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) важной и особенно сложной является задача быстрой записи и высоконадежного хранения принятой дискретной информации в базах данных очень большого объема. Эта задача наиболее эффективно решается методами помехоустойчивого кодирования, которые применяются для исправления ошибок, возникающих при передаче данных по каналам с шумами или при их длительном хранении на различного рода носителях информации. В настоящее время в литературе наибольшее внимание уделяется методам коррекции ошибок в двоичных данных. Однако во многих системах (ДЗЗ и др.), проще обрабатывать данные, имеющие байтовую структуру. В подобных системах для защиты данных от ошибок целесообразно применение недвоичных помехоустойчивых кодов.

На сегодняшний день в теории кодирования известен ряд недвоичных кодов, различающихся корректирующей способностью, вносимой избыточностью, сложностью декодирования и многими другими важными параметрами. Среди них практическое применение в реальных системах нашли только коды Рида-Соломона (РС) [1], обладающие рядом положительных свойств. В частности коды РС характеризуются тем, что для исправления в пределах кодового слова любой комбинации из  $t$  символьных ошибок достаточно использовать лишь  $2t$  проверочных символов. Для коротких кодов РС существуют эффективные алгоритмы декодирования, в полной мере использующие корректирующие возможности кода [2]. Сложность

реализации наиболее простых из них пропорциональна  $n \cdot \log^2 n$  [2], где  $n$  – длина кода. Под сложностью реализации здесь и далее понимается число арифметических операций, требуемых для декодирования кодового блока. Однако короткие коды РС часто не могут обеспечить требуемой в настоящее время степени защиты данных от ошибок, а для длинных кодов РС практически невозможно создать эффективные декодеры. В последнее время зарубежные специалисты стали активно развивать декодеры недвоичных низкоплотностных кодов [3–5]. Данные методы обладают очень высокой корректирующей способностью, однако сложность их реализации, особенно при больших размерах алфавита  $q$ , оказывается слишком большой для применения в реальных системах.

Гораздо лучшей эффективностью обладают недвоичные многопороговые декодеры ( $q$ МПД) [6–9], разрабатываемые в Институте космических исследований РАН и Рязанском государственном радиотехническом университете. Предложенные еще в 1984 году  $q$ МПД обладают линейной сложностью реализации и позволяют практически оптимально декодировать даже очень длинные, потенциально гораздо более эффективные коды. В результате, применение недвоичных МПД вместо кодов РС может на много порядков повысить уровень защиты информации от ошибок при одновременном существенном упрощении процесса коррекции ошибок.

### **Недвоичные многопороговые декодеры**

Недвоичные многопороговые декодеры предназначены для декодирования недвоичных самоортогональных кодов [7, 8, 9].  $q$ МПД, как и обычные двоичные МПД [8], обладают свойством стремления к решению оптимального декодера при линейной от длины кода сложности реализации, которая свойственна только пороговым процедурам. В отличие от кодов РС для  $q$ МПД никаких ограничений по длине кода вообще нет, поскольку длина кода  $n$  и размер алфавита  $q$  в недвоичных кодах с мажоритарным декодированием совершенно не зависят друг от друга. При этом сложность декодирования кодового блока  $q$ МПД оказывается пропорциональной  $n \cdot d \cdot I$ , где  $n$  – длина кода,  $d$  – кодовое расстояние (обычно  $d \leq 20$ ),  $I$  – число итераций декодирования (обычно  $I \leq 30$ ).

Рассмотрим характеристики недвоичных многопороговых декодеров в  $q$ -ичном симметричном канале ( $q$ СК). В таком канале каждый символ искажается независимо с вероятностью  $P_0$ , причем при искажении символ с равной вероятностью переходит в один из  $q-1$  других символов. Подобная модель, например, соответствует каналу с пакетами ошибок при ис-

пользовании перемежения/деперемежения на уровне символов. Зависимости вероятности символьной ошибки  $P_s$  после декодирования от вероятности символьной ошибки  $P_0$  в  $q$ СК для кодов с кодовой скоростью  $R=1/2$  представлены на рис. 1. Здесь кривыми 1 и 2 показаны характеристики  $q$ МПД для кодов с длиной блока  $n=4000$  и  $60000$  символов при использовании 8-ми битовых символов (размер алфавита  $q=256$ ). Объем моделирования в нижних точках данных графиков составлял от  $5 \cdot 10^{10}$  до  $2 \cdot 10^{12}$  символов, что свидетельствует о крайней простоте метода. Для сравнения на данном рисунке кривой 4 показаны характеристики (255, 128) кодов РС для  $q=256$ . Из рис. 1 видно, что эффективность  $q$ МПД оказывается гораздо лучше эффективности кодов РС для символов такого же размера. При увеличении длины блока  $q$ МПД разница в эффективности становится еще более существенной. Характеристики  $q$ МПД при использовании двухбайтовых символов представлены на рис. 1 кривой 3. Здесь использовался код с  $R=1/2$  и  $n=32000$  символов. Отметим, что очень простой для реализации  $q$ МПД декодер для двухбайтового кода длины 32000 оказывается способным обеспечить помехоустойчивость, принципиально недостижимую даже для кода РС длины 65535 двухбайтовых символов (кривая 5 на рис. 1), декодер для которого не подлежит реализации в обозримом будущем. При этом  $q$ МПД для двухбайтовых символов практически ни в чем не сложнее однобайтового, так как даже обычные микропроцессоры одинаково просто и быстро работают и с однобайтовыми символами, и с 2-х и даже с 8-байтовыми символами.

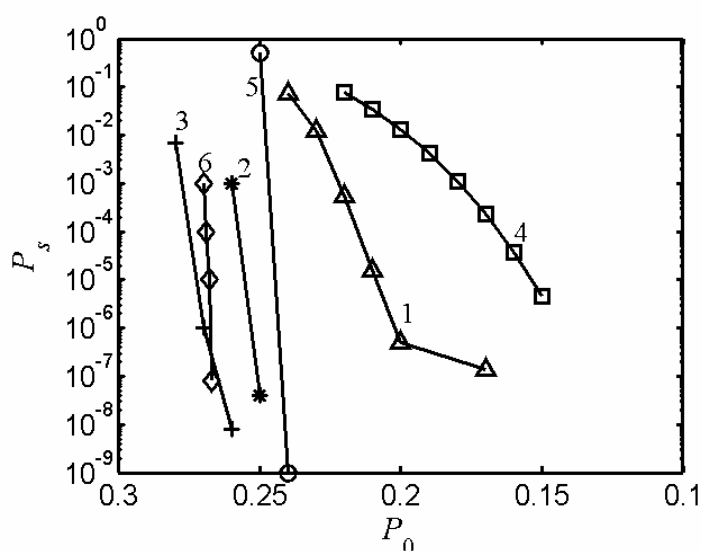
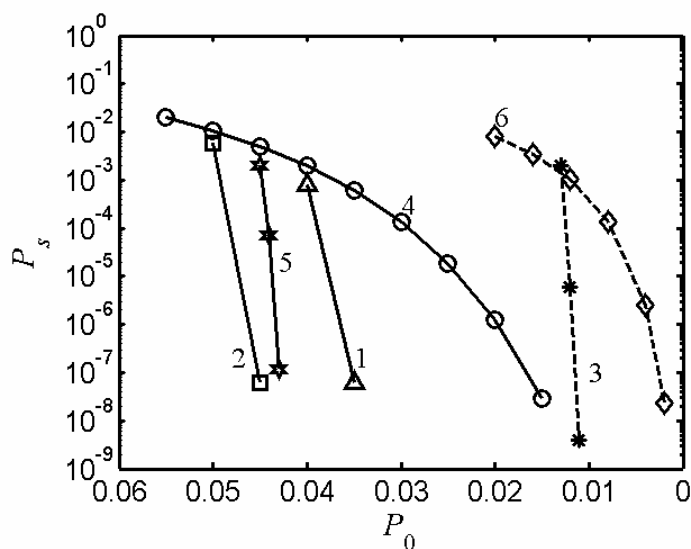


Рис. 1. Характеристики не двоичных кодов с кодовой скоростью  $R=1/2$  в  $q$ СК

Для систем ДЗЗ большой интерес представляют малоизбыточные помехоустойчивые коды. Характеристики  $q$ МПД для недвоичных кодов с  $R=7/8$ ,  $n=100000$  символов и  $q=256$  представлены на рис. 2 кривой 1, а характеристики кодов РС с  $R=7/8$  и  $q=256$  отражены кривой 4. Здесь также видно заметное преимущество  $q$ МПД над кодами РС. Аналогичная ситуация наблюдается и при использовании кодов с еще более высокой кодовой скоростью  $R=19/20$ . Для данной кодовой скорости при  $q=256$  эффективность  $q$ МПД показана кривой 3, а для кодов РС – кривой 6. Такие же высокие характеристики обеспечивает  $q$ МПД при использовании алфавита большего объема. На рис. 2 кривой 2 представлена эффективность  $q$ МПД для кода с  $R=7/8$  при использовании двухбайтовых символов ( $q=65536$ ).



**Рис. 2. Характеристики малоизбыточных недвоичных кодов в  $q$ СК**

Следует заметить, что для достижения с помощью  $q$ МПД таких результатов требуется очень тщательно выбирать применяемые коды, основным критерием при отборе которых является степень устойчивости к эффекту размножения ошибок [8], который проявляется в том, что после первой ошибки декодирования существенно увеличивается вероятность последующих ошибок. Известно, что размножению ошибок в наименьшей степени подвержены коды для схем с параллельным кодированием [10]. В [11] показано, что оптимизируя структуру данных кодов можно еще улучшить эффективность работы  $q$ МПД. В частности, характеристики найденных в [11] кодов с  $q=256$  и кодовыми скоростями  $1/2$  и  $7/8$  представлены на рис. 1 и 2 кривыми 6 и 5 соответственно. Видно, что данные коды обеспечивают эффективную работу при больших вероятностях ошибки в  $q$ СК, чем ранее представленные [9], при

такой же сложности их декодирования. Еще большую эффективность практически без усложнения схемы коррекции ошибок можно получить при переходе к каскадным принципам кодирования. В [9] показано, что применение совместно с  $q$ МПД простейшего кода с контролем по модулю  $q$  позволяет на 1..3 порядков снизить вероятность ошибки на блок по сравнению с обычным  $q$ МПД при всего лишь 2% росте избыточности [6, 8]. При этом увеличение объема вычислений в каскадном коде составляет менее 20% по сравнению с исходным алгоритмом  $q$ МПД. А за счет применения совместно с  $q$ МПД модифицированного недвоичного расширенного кода Хэмминга можно уменьшить вероятность ошибки декодирования на 3..5 порядков [12]. Отличительной особенностью предложенных в [12] модифицированных недвоичных расширенных кодов Хэмминга от известных является то, что при кодировании и декодировании используется работа с целыми числами, а не элементами из полей Галуа. В результате данные коды можно использовать практически для любого размера символа при весьма незначительной сложности их кодирования и декодирования.

Таким образом, недвоичный аналог алгоритма МПД может обеспечить при весьма высоких уровнях шума вероятности ошибки декодирования, в ряде случаев недоступные для кодов Рида-Соломона сколько угодно большой длины. При этом сложность реализации такого алгоритма оказывается незначительной, линейно растущей с длиной кода, т.е. теоретически минимально возможной [9].

### **Применение $q$ МПД в системах хранения данных**

Одной из областей применения недвоичных кодов является защита данных от искажений при долговременном хранении на различных носителях информации. Для решения подобных задач в настоящее время возможно применение таких программных пакетов, как QuickPar ([www.quickpar.org.uk](http://www.quickpar.org.uk)) и ICE ECC ([www.ice-graphics.com](http://www.ice-graphics.com)), основанных на применении кодов РС. При работе данных пакетов с большими файлами возникают сложности или с обеспечением приемлемой скорости, или надежности исправления ошибок. Применение для защиты файлов программных средств [13], использующих алгоритмы  $q$ МПД, решает перечисленные проблемы, часто предоставляя одновременно и большую корректирующую способность, и гораздо более высокое быстродействие. В частности,  $q$ МПД при программной реализации даже для длинных кодов и больших размеров алфавита обеспечивают скорость декодирования в несколько десятков Мбит/с на обычном ПК, что оказывается в десятки, сотни, а иногда и в тысячи раз быстрее других современных алгоритмов коррекции ошибок. Та-

кие скорости, например, показывает представленная на сайте [www.mtdbest.iki.rssi.ru](http://www.mtdbest.iki.rssi.ru) демо-программа для  $q$ МПД, работающая даже на обычных ПК на скоростях 8...30 Мбит/с при столь больших шумах канала, при которых декодеры кодов РС вообще не работают хоть сколь-нибудь эффективно. В результате использующие  $q$ МПД программные средства в ряде случаев способны обеспечить на много порядков более высокие уровни защиты файлов от искажений, чем указанные выше программы, поддерживая при этом во много раз лучшие скорости кодирования и восстановления информации [13].

Сравнение возможностей программ для защиты файлов от искажений показало, что применение  $q$ МПД позволяет существенно повысить скорость кодирования/восстановления информации по сравнению с аналогами. Программные средства, основанные на  $q$ МПД, обеспечивали скорость кодирования/декодирования в десятки Мбайт/с, что на порядок больше скорости работы программ ICE ECC и QuickPar в тех же условиях. Особо отметим, что при этом  $q$ МПД одинаково эффективно исправляет как независимые ошибки и стирания, так и пакеты ошибок или стираний. Этого нельзя сказать о программах ICE ECC, QuickPar, которые эффективно исправляют пакеты ошибок, но не справляются даже с малым процентом независимых ошибок.

### **Заключение**

Возможности символьных МПД алгоритмов оказываются по вероятности ошибки и по числу операций декодирования на много порядков лучше, чем возможности кодов Рида-Соломона, по праву считавшихся лучшими двоичными кодами в течение почти полувека. Это определяется эффективным переносом идей двоичного МПД на очень просто организованные двоичные коды сколь угодно большой длины. В результате недоступный ранее уровень помехоустойчивости, получаемый с помощью алгоритмов МПД разных типов, позволяет решать задачи обеспечения высокой надежности хранения данных без какой-либо дополнительной доработки этих алгоритмов или всего лишь при незначительной их адаптации к возможным дополнительным требованиям, возникающим при хранении данных терабайтной емкости в системах ДЗЗ. При использовании  $q$ МПД в таких системах легко обеспечить оперативный контроль за качеством хранимой информации, а также корректировку данных вследствие старения и возникающих дефектов носителя. Производительность кодеров для  $q$ МПД, которые оказываются предельно простыми одноктактными узлами, может быть легко доведена до уровня 20 Гбайт/с. В результате их использование в процессе записи данных никогда не будет ограничивающим фактором для высокоскоростных систем ДЗЗ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №08-07-00078), Института космических исследований и Рязанского государственного радиотехнического университета.

### Литература

1. Reed I.S., Solomon G. Polynomial codes over certain finite fields // J. Soc. Industrial Appl. Math., 1960, vol.8, pp.300–304.
2. Ning C., Zhiyuan Y. Complexity analysis of Reed-Solomon decoding over  $GF(2^m)$  without using syndromes // EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, January 2008, n.4, pp.1-11,
3. Davey M.C., MacKay D.J.C. Low density parity check codes over  $GF(q)$  // IEEE Comm. Letters, 2(6), 1998, pp.165–167.
4. Declercq D., Fossorier M. Extended min-sum algorithm for decoding LDPC codes over  $GF(q)$  // IEEE International Symp. on Inf. Theory, 2005, pp.464–468.
5. Zhang F., Pfister H. List-Message Passing Achieves Capacity on the q-ary Symmetric Channel for Large q // In Proc. IEEE Global Telecom. Conf., Washington, Nov. 2007. pp.283–287.
6. Золотарёв В.В. Каскадные схемы МПД-декодирования для больших баз данных // Мобильные системы, 2008, №3, С.66-71.
7. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Эффективное многопороговое декодирование недвоичных кодов // Радиотехника и электроника, 2010, том 55, №3, С. 324–329.
8. Золотарёв В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования. М.: Радио и связь, Горячая линия – Телеком, 2006.
9. Золотарёв В.В. Обобщение алгоритма МПД на недвоичные коды // Мобильные системы, 2007, №3, С.39–42.
10. Золотарёв В.В. Параллельное кодирование в каналах СПД // Вопросы кибернетики. 1986. Вып. 120.
11. Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Оптимизация структуры недвоичных самоортогональных кодов для схем параллельного кодирования // Труды НИИР, 2009. №2. С.34–38.
12. Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Использование недвоичного многопорогового декодера в каскадных схемах коррекции ошибок // Вестник РГРТУ, 2009. №4 (выпуск 30).
13. Овечкин П.В. Применение недвоичного многопорогового декодера для защиты файлов от искажений // В сб.: «11 Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее приложения- DSPA-09», М., 2009. С.200–202.

# EFFECTIVE NON-BINARY MULTITHRESHOLD DECODING FOR REMOTE EARTH SENSING SYSTEMS

R.Nazirov, V.Zolotarev, G.Ovechkin, P.Ovechkin, I.Chulkov

*Space Research Institute RSA,  
117997 Moscow, 84/32 Profsoyuznaya str.  
E-mails: zolotasd@yandex.ru, g\_ovechkin@mail.ru, chulkov@iki.rssi.ru*

The article deals with the non-binary multithreshold decoders ( $q$ MTD) of self-orthogonal codes in  $q$ -ary symmetrical channel. The performance of  $q$ MTD for new codes with parallel coding is presented. The codes enable to work at higher channel noise. It's discussed application of  $q$ MTD for protection of files against errors in data storage systems.

**Keywords:** error-correcting coding, communication systems, data storage systems,  $q$ -ary symmetrical channel, non-binary self-orthogonal codes, non-binary multithreshold decoder