

# ИССЛЕДОВАНИЕ НЕДВОИЧНЫХ МНОГОПороГОВЫХ ДЕКОДЕРОВ В КАНАЛАХ СВЯЗИ С ПАКЕТИРУЮЩИМИСЯ ОШИБКАМИ

Золотарёв В.В.<sup>1</sup>, Овечкин Г.В.<sup>2</sup>, Овечкин П.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт космических исследований

<sup>2</sup>Рязанский государственный радиотехнический университет

К современным системам передачи цифровых данных предъявляются очень жесткие требования по безошибочности передачи информации. Для обеспечения таких требований используют методы помехоустойчивого кодирования, применение которых позволяет улучшать многие важные характеристики систем передачи данных, например, экономить мощность передатчика, увеличивать дальность связи, уменьшать размеры антенн и др. Немаловажную роль помехоустойчивые коды играют и в системах хранения данных, в которых необходимо обеспечивать высокую надежность долговременного хранения информации на носителе.

В настоящее время специалисты в области помехоустойчивого кодирования проявляют большой интерес к двоичным кодам, работающим с цифровыми данными на уровне символов, например, с байтами информации. Двоичные коды применяются в каналах с группирующимися ошибками, в качестве составляющих элементов различных каскадных кодов, для защиты от ошибок информации на различного рода носителях (CD, DVD, Blu-ray и др.).

Анализ двоичных корректирующих кодов и алгоритмов их декодирования показал, что широкое применение в реальных системах передачи и хранения информации из двоичных кодов нашли только коды Рида-Соломона [1]. Однако декодеры коротких кодов Рида-Соломона, которые и применяются на практике, не могут обеспечить высокую эффективность декодирования, а для длинных кодов Рида-Соломона невозможно создать декодер из-за высокой сложности его реализации.

Среди других методов коррекции ошибок наиболее перспективным является метод двоичного многопорогового декодирования [2, 3], обеспечивающий практически оптимальное декодирование даже очень длинных двоичных самоортогональных кодов (СОК) при любом размере символа. Отличительными особенностями данного метода являются линейная сложность реализации и высокая эффективность коррекции ошибок. Поэтому двоичный многопороговый декодер ( $q$ МПД) может с успехом применяться в высокоскоростных системах передачи и хранения больших объемов информации.

Рассмотрим характеристики двоичных многопороговых декодеров в  $q$ -ичном симметричном канале ( $q$ СК). Зависимости вероятности символьной ошибки  $P_s$  после декодирования от вероятности символьной ошибки  $P_0$  в  $q$ СК для кодов с кодовой скоростью  $R=1/2$  представлены на рис. 1. Здесь кривыми 1 и 2 показаны характеристики  $q$ МПД для кодов с длиной блока  $n=4000$  и  $60000$  символов при использовании 8-ми битовых символов (размер алфавита  $q=256$ ). Объем моделирования в нижних точках данных графиков составлял от  $5 \cdot 10^{10}$  до  $2 \cdot 10^{12}$  символов, что свидетельствует о крайней простоте метода. Для сравнения на данном рисунке кривой 4 показаны характеристики (255, 128) кодов Рида-Соломона для  $q=256$ . Из рис. 1 видно, что эффективность  $q$ МПД оказывается гораздо лучше эффективности кодов Рида-Соломона для символов такого же размера. При увеличении длины блока  $q$ МПД разница в эффективности становится еще более существенной. Характеристики  $q$ МПД при использовании двухбайтовых символов представлены на рис. 1 кривой 3. Здесь использовался код с  $R=1/2$  и  $n=32000$  символов. Отметим, что очень простой для реализации  $q$ МПД декодер для двухбайтового кода длины 32000 оказывается способным обеспечить помехоустойчивость, принципиально недостижимую даже для кода Рида-Соломона длины 65535 двухбайтовых символов (кривая 5 на рис. 1), декодер для которого чрезвычайно сложен для реализации. При

этом  $q$ МПД для двухбайтовых символов практически ни в чем не сложнее однобайтового, так как даже обычные микропроцессоры одинаково просто и быстро работают и с однобайтовыми символами, и с 2-х и даже с 8-байтовыми символами.

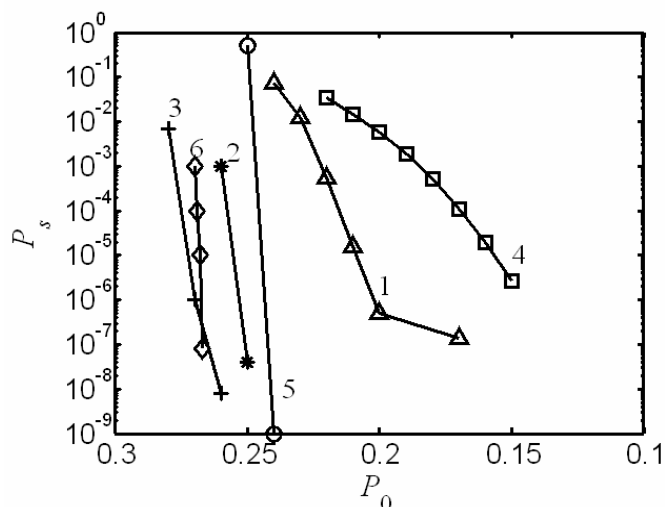


Рис. 1. Характеристики недвоичных кодов с  $R=1/2$  в  $q$ СК

До настоящего времени были известны характеристики  $q$ МПД только для  $q$ -ичных симметричных каналов, где ошибки появлялись независимо друг от друга с равной вероятностью. Однако часто в реальных системах передачи и хранения информации возникают пакеты ошибок, которые обычно существенно ухудшают эффективность классических методов коррекции ошибок. Пакеты ошибок могут быть вызваны источником периодического шума, например, расположенным поблизости радиолокатором, многолучевым распространением сигнала, каким-то вращающимся механизмом или в случае возникновения царапин и отпечатков пальцев на оптическом носителе. Традиционно, для того чтобы разбить пакеты ошибок применяется перемежитель. Однако использование перемежителя усложняет процесс обработки сигнала, особенно при большом размере блока. Кроме того, использование информации о состоянии канала без применения перемежения иногда позволяет достигать лучшей эффективности декодирования [4]. Каналы с пакетизирующимися ошибками могут быть описаны моделью канала Гилберта-Эллиота [5, 6], который является наиболее простым представителем данного класса каналов.

Канал Гилберта-Эллиота может находиться в двух состояниях: “плохой” и “хороший”. С вероятностью  $P_{bad}$  канал изменяет свое состояние с хорошего на плохое, а с вероятностью  $1-P_{bad}$  остается в состоянии “хороший”. С вероятностью  $P_{good}$  канал изменяет свое состояние с плохого на хорошее, а с вероятностью  $1-P_{good}$  остается в состоянии “плохой”. В том случае, если канал находится в состоянии “хороший”, вероятность искажения символа при передаче по каналу достаточно мала и равна  $P_g$ , а вероятность правильной передачи символа равна  $1-P_g$ . Когда канал находится в состоянии “плохой”, вероятность искажения символа достаточно высока и равна  $P_b$ , а вероятность правильной передачи символа равна  $1-P_b$ .

На рис. 2 показана зависимость частоты символьных ошибок на выходе  $q$ МПД от средней вероятности ошибки  $P_e$  в канале Гилберта-Эллиота с параметрами  $P_{good}=0.1$ ,  $P_g=0.01$ ,  $P_b=0.99$  и при различных  $P_{bad}$ , определяемой в соответствии с выражением

$$P_e = \frac{P_{bad} \cdot P_b + P_{good} \cdot P_g}{P_{bad} + P_{good}}$$

На данном рисунке кривой 3 показаны характеристики  $q$ МПД для кода с  $R=1/2$ ,  $d=17$  и длиной блока  $n$  около 100000 однобайтовых символов. В процессе декодирования данного кода выполнялось от 10 до 40 итераций. Видно, что такой  $q$ МПД эффективно исправляет около 25% ошибок в данном канале, в то время как декодер кодов Рида-Соломона длиной 255

однобайтовых символов, характеристики которого представлены кривой 1, справляется только с 1% ошибок. Использование несколько более длинных кодов Рида-Соломона для символов большего размера позволяет получить лишь немного лучшие результаты (кривая 2 на рис. 2), а использование еще более длинных кодов Рида-Соломона ограничивается высокой сложностью реализации их декодеров. Следовательно, недвоичные МПД оказываются значительно эффективнее декодеров для кодов Рида-Соломона и проще для реализации и в каналах с группирующимися ошибками.

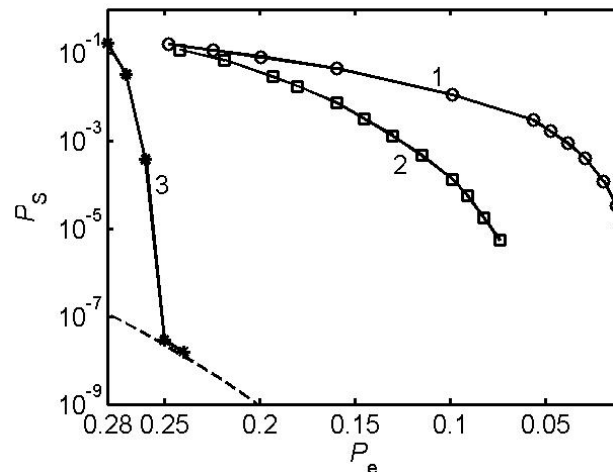


Рис. 2 Характеристики  $q$ МПД и декодера кодов Рида-Соломона в канале Гилберта-Эллиота

Таким образом, сравнение кодов Рида-Соломона и недвоичных самоортогональных кодов, декодируемых  $q$ МПД, показало, что коды Рида-Соломона уступают недвоичным СОК по эффективности и при этом имеют гораздо большую вычислительную сложность декодирования. Кроме того,  $q$ МПД эффективно работает не только в каналах с независимыми ошибками, но и в каналах с пакетирующимися ошибками, что делает превосходство  $q$ МПД над кодами Рида-Соломона еще более существенным.

Это позволяет считать, что в дальнейшем  $q$ МПД смогут заменить коды Рида-Соломона в разнообразных системах передачи и хранения данных, обеспечивая работу подобных систем в значительно более сложных условиях.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №08-07-00078).

### Литература

1. Reed I. S., Solomon G. Polynomial codes over certain finite fields // J. Soc. Industrial Appl. Math., 1960, vol. 8, P. 300–304.
2. Золотарев В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования – М.: Радио и связь, Горячая линия – Телеком, 2006. 232 с.
3. Веб-сайт ИКИ РАН [www.mtdbest.iki.rssi.ru](http://www.mtdbest.iki.rssi.ru).
4. Chen J., Tanner R. M. A hybrid coding scheme for the Gilbert-Elliott channel // IEEE Transactions on Communications, №54(10), p. 1787–1796, 2006.
5. Mushkin M., Bar-David I. Capacity and Coding for the Gilbert-Elliott channels // IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-35 №.6, p. 1277–1290, 1989.
6. Richardson T. Modern coding theory – Cambridge University Press, 2008, 272 p.

## RESEARCH OF NON-BINARY MULTITHRESHOLD DECODERS IN COMMUNICATION CHANNELS WITH ERROR BURSTS

Zolotarev V.V., Ovechkin G.V., Ovechkin P.V.

**Abstract.** Error-correcting coding is applied to correction of the errors arising at data transmission over physical channels. In many cases in real systems it is convenient to work with data having byte structure. By this time among non-binary codes only Reed-Solomon codes was found practical application. Considerably better efficiency non-binary multithreshold decoders ( $q$ MTD) of self-orthogonal codes possess. In the report characteristics of non-binary multithreshold decoders in  $q$ -ary symmetrical channel and in Gilbert-Elliott channels with error bursts are considered. It is shown that efficiency of  $q$ MTD appears much better than efficiency of Reed-Solomon codes with similar parameters. It allows to consider that  $q$ MTD can replace Reed-Solomon codes in various communication and data storage systems.