

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ КАСКАДНЫХ АЛГОРИТМОВ МНОГОПороГОВОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ

Зубарев Ю.Б.¹, Золотарёв В.В.², Овечкин Г.В.³

¹Московский научно-исследовательский телевизионный институт

²Институт космических исследований

³Рязанский государственный радиотехнический университет

Любая современная система передачи и хранения данных включает средства помехоустойчивого кодирования, используемые для исправления возникающих при передаче цифровой информации ошибок. В настоящее время одними из лучших по соотношению эффективности и сложности реализации являются многопороговые методы декодирования (МПД) [1, 2, 3] самоортогональных кодов (СОК), характеризующиеся значительными уровнями энергетического выигрыша и очень высоким быстродействием. Данные методы при декодировании требуют в 10...100 раз меньшее число операций по сравнению с другими сопоставимыми по эффективности методами [4], причем эти операции могут быть полностью распараллелены при аппаратной реализации. В результате реализованные на ПЛИС МПД смогут обеспечивать декодирование со скоростью до нескольких Гбит/с, что уже сейчас может позволить решить проблему эффективного кодирования в высокоскоростных каналах с большим уровнем шума.

Вместе с тем возможности МПД еще не полностью реализованы. В частности, в настоящее время МПД могут обеспечивать близкое к оптимальному декодирование при уровне шума в гауссовском канале, примерно на 1,5..2 дБ меньшем теоретически возможного. Это означает, что к.п.д. использующих такие МПД каналов будет составлять чуть порядка 65%, т.е. теоретически по этому же каналу связи можно передавать почти на 35% больше информации. Поэтому актуальной является задача развития теории многопорогового декодирования, поиск новых методов, методик, алгоритмов, которые улучшат корректирующие возможности МПД, что, в свою очередь, позволит существенно повысить к.п.д. используемых каналов передачи и хранения данных.

Одним из основных способов улучшения эффективности МПД видится его использование в составе каскадных кодовых конструкций [5], которые, как известно из теории кодирования, позволяют существенно улучшить эффективность коррекции ошибок по сравнению с базовыми некаскадными кодами. При этом совместно с СОК, декодируемыми с помощью МПД, следует применять только достаточно просто декодируемые коды с тем, чтобы общая сложность схемы коррекции ошибок сильно не увеличилась.

В процессе ранее проведенных работ уже рассматривалось каскадирование МПД с кодами с контролем четности и с кодами Хэмминга [6, 7]. Результаты экспериментального исследования данных схем показали, что предложенные варианты организации каскадирования позволяют уменьшить вероятность ошибки декодирования в области эффективной работы МПД на 3..5 порядков и даже более. Кроме этого, данные каскадные схемы обеспечивают приближение области эффективной работы МПД к пропускной способности канала примерно на 0.3 дБ, что само по себе уже является очень серьезным достижением. Достаточно хорошие результаты получаются при использовании кодовых схем с параллельным каскадированием, разработанных еще в 1986 г. [8] и активно развиваемых в настоящее время [1, 2, 3].

Авторами доклада также предложена организация каскадирования внутреннего СОК с любым внешним СОК. Предложенный каскадный код является обычным кодом произведения, т.е. при кодировании данные записываются в матрицу размером $K_2 \times K_1$ и кодируются сначала по столбцам с помощью внешнего СОК с параметрами (N_2, K_2, d_2) ,

где N_1 – длина кода; K_1 – длина информационной части; d_1 – кодовое расстояние. После этого результат кодируется по строкам внутренним СОК с параметрами (N_1, K_1, d_1) . В результате получается кодовое слово длиной N_1N_2 .

Предложенный алгоритм декодирования данного каскадного кода заключается в том, что сначала с помощью обычного МПД выполняется декодирование внутреннего кода, который дополнительно оценивает надежность своих решений, после чего начинает работу взвешенный МПД внешнего кода, использующий данные оценки.

При этом МПД внутреннего кода при работе в двоичном симметричном канале (ДСК) для каждого декодируемого символа u_{ij} , располагающегося в i - строке и j -м столбце, вычисляет функцию правдоподобия [2]

$$l_{ij} = \sum_{k \in \Theta_j} s_{ik}^{(1)} + d_{ij}^{(1)}$$

где Θ_j представляет множество номеров проверок внутреннего кода (элементов синдрома внутреннего МПД), участвующих при декодировании j -го символа в любой строке; $s_{ik}^{(1)}$ – элемент синдромного регистра внутреннего МПД; $d_{ij}^{(1)}$ – элемент разностного регистра внутреннего МПД.

В том случае, если функция правдоподобия превосходит половину кодового расстояния, декодер инвертирует декодируемый символ u_{ij} , элемент разностного регистра и все элементы синдромного регистра, участвующие в получении суммы l_{ij} .

Взвешенный МПД внешнего кода принимает решение об изменении декодируемого символа u_{ij} в том случае, если вычисляемая им функция правдоподобия

$$L_{ij} = (2d_{ij}^{(2)} - 1)\Delta_{ij} + \sum_{m \in \Omega_i} (2s_{mj}^{(2)} - 1)\Delta_{mj}$$

будет больше нуля. Здесь весовые коэффициенты $\Delta_{ij}^{(1)}$ отражают надежность поступающих на внешний декодер символов и определяются с помощью МПД внутреннего кода; $s_{ik}^{(2)}$ – элемент синдромного регистра внешнего МПД; $d_{ij}^{(2)}$ – элемент разностного регистра внешнего МПД, изначально заполненного нулями; Ω_i – множество номеров проверок для внешнего кода, участвующих при декодировании символа u_{ij} .

Для подобной организации каскадирования сформулирован и доказан ряд теорем. Перечислим их.

Теорема 1. Для канала типа ДСК при каждом изменении декодируемых символов на первой итерации взвешенного многопорогового декодера внешнего кода при весе символов внешнего кода $\Delta_{ij} = d_1 - 2l_{ij}$ происходит переход к более правдоподобному решению всего каскадного кода в целом по сравнению с предыдущим решением декодера.

Теорема 2. Для канала типа ДСК при каждом изменении декодируемых символов на второй и последующей итерациях взвешенного многопорогового декодера внешнего кода при весе символов внешнего кода $\Delta_{ij} = d_1 - 2l_{ij}$ происходит переход к более правдоподобному решению всего каскадного кода в целом по сравнению с предыдущим решением декодера.

Теорема 3. Для канала с АБГШ и двоичной ФМ при каждом изменении декодируемых символов на произвольной итерации взвешенного многопорогового декодера внешнего кода при весе символов внешнего кода $\Delta_{ij} = -l_{ij}$ происходит переход к более правдоподобному решению всего каскадного кода в целом по сравнению с предыдущим решением декодера.

Данные теоремы утверждают, что при использовании предложенного декодера каскадного кода при каждом изменении декодируемого символа будет происходить переход к более правдоподобному кодовому слову всего каскадного кода в целом.

Отметим, что при обсуждаемом варианте организации каскадирования предлагаемая каскадная схема позволяет исправлять существенно большее число ошибок, чем при обычном каскадировании. Данное число ошибок определяется следующей теоремой.

Теорема 4. Декодер каскадного кода, состоящего из внутреннего СОК с кодовым расстоянием d_1 и внешнего СОК с кодовым расстоянием d_2 , использующий взвешенный МПД для декодирования внешнего кода при весе символов $\Delta_{ij} = d_1 - 2l_{ij}$, позволяет исправлять любую конфигурацию из не более чем $(d_1 d_2 - 1)/2$ ошибок при работе в ДСК.

Напомним, что при использовании обычного кода произведения, в котором данные кодируются по строкам кодом с кодовым расстоянием d_1 , и кодируются по столбцам кодом с кодовым расстоянием d_2 , число исправляемых ошибок за одну итерацию декодирования для ДСК равно всего $(d_1 - 1)(d_2 - 1)/4$ (здесь и далее предполагается, что d_1 и d_2 являются нечетными). При этом в процессе декодирования выполняется независимое декодирование кодов по строкам и по столбцам. За несколько итераций декодирования такой декодер кода произведения может исправить до $(d_1 + 1)(d_2 + 1)/4 - 1$ ошибки ДСК включительно [9]. При использовании же предложенного варианта организации каскадирования в канале типа ДСК и при применении для декодирования внешнего кода взвешенного МПД, использующего оценки надежности символов декодером внутреннего МПД, гарантированно исправляется до $(d_1 d_2 - 1)/2$ ошибок ДСК. Данный результат является максимально достижимым значением для кодов произведения [8] и примерно в два раза превосходит корректирующую способность известных декодеров кодов произведения, развиваемых с 1954 года. При этом сложность декодера каскадного кода оказывается пропорциональной всего лишь сумме сложностей МПД для внутреннего и внешнего кода, что более чем на порядок меньше сложности известных декодеров для турбо и низкоплотностных кодов.

Рассмотрим результаты экспериментального исследования предложенных каскадных схем коррекции ошибок. На рис. 1 представлены зависимости вероятности ошибки декодирования на бит от отношения сигнал шум в канале связи с аддитивным белым гауссовским шумом при использовании двоичной фазовой модуляции и кодов с кодовой скоростью $R \approx 1/2$. Здесь кривая 1 соответствует эффективности МПД для некаскадного СОК с кодовой скоростью $R = 1/2$ и кодовым расстоянием $d = 9$. Характеристики каскадного кода, состоящего из СОК с кодовым расстоянием $d = 7$ и 9 и внешнего кода с контролем четности длиной $n = 50$ битов представлены на рисунке кривыми 2 и 3 соответственно. Заметим, что данный подход позволяет уменьшить вероятность ошибки декодирования в области эффективной работы МПД в 10..100 раз, а также приблизить область эффективной работы к пропускной способности канала примерно на 0.3..0.4 дБ. Эффективность каскадных схем коррекции ошибок, в которой совместно с внутренним СОК с кодовым расстоянием $d = 7$ применялся внешний расширенный код Хэмминга длиной 512 битов показана кривой 4. С помощью данной схемы возможно еще некоторое увеличение обеспечиваемого энергетического выигрыша. Одному из лучших результатов для МПД кода с параллельным каскадированием соответствует кривая 5. Отметим, что все перечисленные подходы позволяют существенно уменьшить вероятность ошибки декодирования в области эффективной работы МПД. Сама же область эффективной работы приближается к пропускной способности канала незначительно.

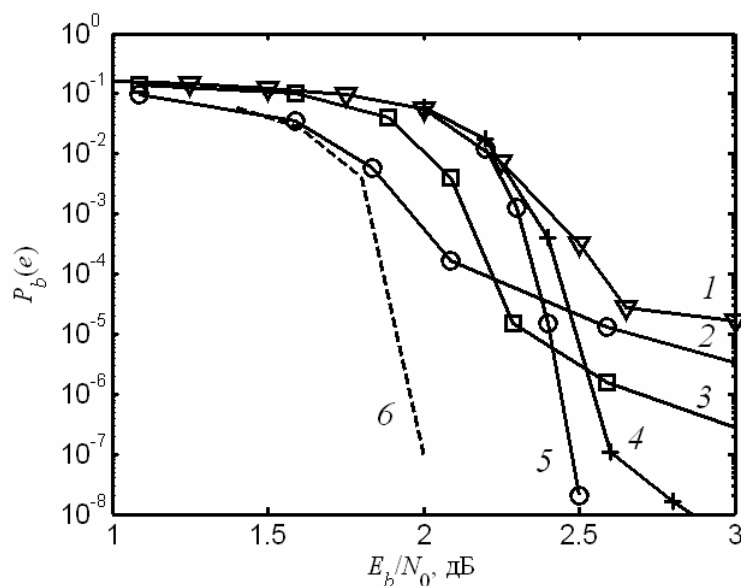


Рис. 1. Результаты моделирования каскадных схем коррекции ошибок, основанных на МПД

Существенно лучшие результаты получаются при использовании предложенной каскадной схемы коррекции ошибок, состоящей из внутреннего СОК, декодируемого с помощью обычного МПД, и внешнего СОК, декодируемого с помощью взвешенного МПД. Характеристики такой схемы для внутреннего СОК с кодовым расстоянием $d_1=7$ и внешнего СОК с кодовым расстоянием $d_2=5$ представлены на рисунке кривой 6. Отметим, что при таком варианте организации каскадирования достигается как существенное уменьшение вероятности ошибки декодирования, так и приближение к пропускной способности канала почти на 0,8 дБ.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №08-07-00078), ИКИ РАН, РГРТУ.

Литература

1. Веб-сайты www.mtdbest.ru и www.mtdbest.iki.rssi.ru.
2. Зубарев Ю.Б., Золотарев В.В., Овечкин Г.В., Обзор методов помехоустойчивого кодирования с использованием многопороговых алгоритмов // Цифровая обработка сигналов, 2008, №1, С.2–11.
3. Золотарев В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования // Под редакцией члена-корреспондента РАН Ю.Б. Зубарева. - М.: «Радио и связь», «Горячая линия – Телеком», 2006. 276 с.
4. Овечкин Г.В., Золотарев В.В. Сложность реализации эффективных методов декодирования помехоустойчивых кодов // 6-я межд. конф. и выст. «Цифровая обработка сигналов и ее применение». М.: 2004. Том 1. С. 220–221
5. Форни Д. Каскадные коды / Пер. с англ. под ред. Самойленко С.И. – М.: Мир, 1970, 208 с.
6. Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Использование многопорогового декодера в каскадных схемах // Вестник РГРТА. 2003. Вып. 11. С. 112–115.
7. Золотарев В.В. Каскадные схемы МПД-декодирования для больших баз данных. Мобильные системы, 2008, №3, С.66-71.
8. Золотарев В.В. Параллельное кодирование в каналах СПД // Вопросы кибернетики. – 1986. – Вып. 120.
9. Reed, Irving S.; Chen, Xuemin (1999), Error-Control Coding for Data Networks, Boston, MA: Kluwer Academic Publishers.