

УДК 681.391

**ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЕ КОДИРОВАНИЕ В ЦИФРОВЫХ СИСТЕМАХ
ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ* -расширенная версия 2 из «Электросвязи»**

Ю.Б. Зубарев, д.т.н., член-корр. РАН

Г.В. Овечкин, к.т.н., доцент РГРТУ

Аннотация. Описываются помехоустойчивые коды, рекомендованные различными стандартами передачи данных, и алгоритмы их декодирования, обсуждаются их характеристики и области применения. Показано, что в настоящее время наиболее эффективными являются подходы к коррекции ошибок, основанные на применении турбо кодов, низкоплотностных кодов и многопороговых декодеров самоортогональных кодов.

Введение. В настоящее время происходит интенсивное развитие различных цифровых систем передачи данных, таких как космическая, спутниковая, мобильная, пейджинговая связь и др. Все подобные системы используют для передачи данных беспроводные каналы, в которых на передаваемый сигнал действуют помехи различной физической природы. Это приводит к тому, что принятые данные с достаточно большой вероятностью будут содержать ошибки. В то же время для многих практических приложений допустима лишь очень небольшая доля ошибок в обрабатываемых дискретных данных. В результате возникает проблема обеспечения надежной передачи цифровой информации по каналам с шумами.

Важнейший вклад в решение данной проблемы вносит теория помехоустойчивого кодирования. На ее основе разрабатываются методы защиты от ошибок, базирующиеся на применении помехоустойчивых кодов. Использование этих кодов позволяет получить энергетический выигрыш кодирования (ЭВК), который характеризует степень возможного снижения энергетики передачи при кодировании по сравнению с отсутствием кодирования, если достоверность передачи в обоих случаях одинакова. Этот выигрыш можно использовать для улучшения параметров и характеристик многих важных свойств систем передачи данных, например, для уменьшения размеров очень дорогих

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №08-07-00078а)

антенн, повышения дальности связи, увеличения скорости передачи данных, снижения необходимой мощности передатчика и т.д.

На сегодняшний день теории кодирования известно много кодов и методов их декодирования, различающихся энергетическим выигрышем, вносимой избыточностью, сложностью реализации и рядом других параметров. В данном обзоре современных достижений теории кодирования описываются современные методы коррекции ошибок, в том числе рекомендованные различными стандартами передачи данных [1–8], обсуждаются их характеристики и области применения. Заметим, что все представленные в обзоре характеристики методов помехоустойчивого кодирования даны для канала с аддитивным белым гауссовским шумом (AWGN), двоичной фазовой модуляции (BPSK) и демодулятора, способного формировать мягкие решения.

Декодер Витерби. Классическим методом коррекции ошибок, по праву считавшимся лучшим в течение нескольких десятилетий, является декодер Витерби [9], применяемый для декодирования сверточных кодов. Данный алгоритм является оптимальным и достаточно легко реализуемым для коротких сверточных кодов. В силу данных причин сверточные коды, декодируемые с помощью алгоритма Витерби, применяются в подавляющем большинстве стандартов систем передачи данных, например в беспроводных сетях IEEE 802.11, IEEE 802.16, дальней космической связи CCSDS, спутниковой связи ГЛОНАСС и многих других.

Пример кодера сверточного кода с конструктивной длиной $K=7$, кодовой скоростью $R=1/2$, заданного образующими полиномами $G_0=133$, $G_1=171$ в восьмеричной системе счисления, представлен на рис. 1. Зависимости вероятности битовой ошибки декодирования от отношения сигнал/шум на бит для данного кода представлены на рис. 2 кривой «1) Витерби($K=7$)».

Отметим, что область эффективной работы декодера Витерби для рассмотренного кода находится достаточно далеко (около 4.5 дБ) от пропускной способности канала, равной для данных параметров модуляции и кодирования величине 0.2 дБ (кривая « $C=1/2$ » на рис. 2). Это объясняется тем, что декодер Витерби из-за экспоненциального роста сложности реализации с ростом длины кода может быть применен только для декодирования коротких и поэтому потенциально малоэффективных кодов. Поэтому дол-

гое время усилия многих специалистов были направлены на разработку алгоритмов декодирования, которые будут способны эффективно декодировать длинные коды при небольшой сложности реализации.

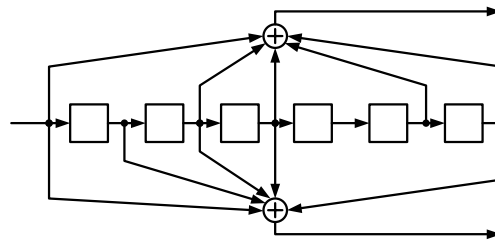


Рис. 1. Пример кодера сверточного кода

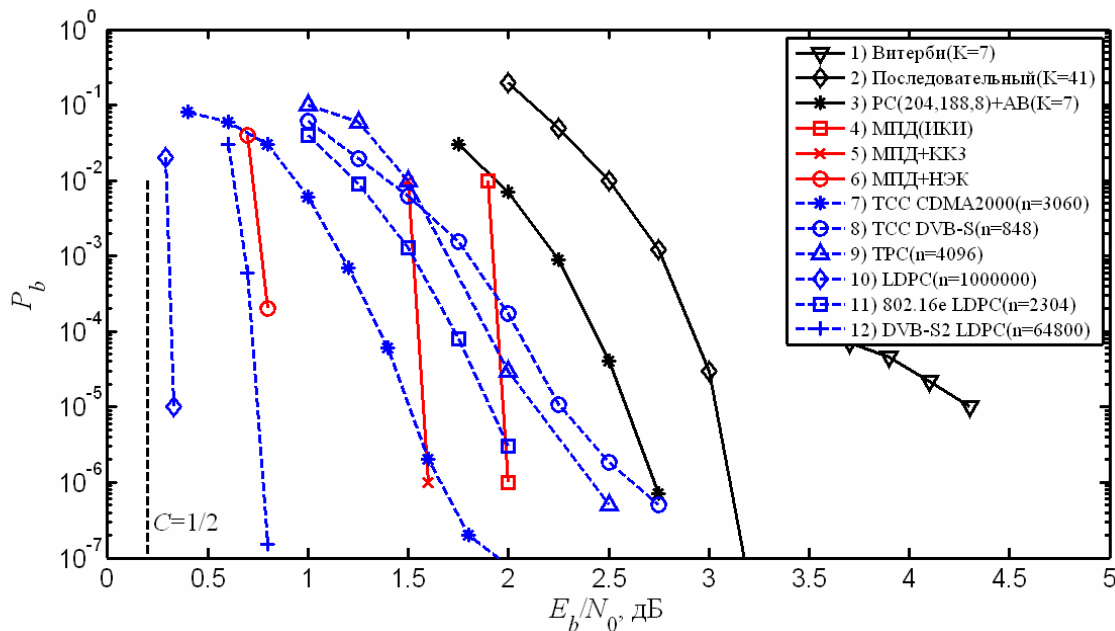


Рис. 2. Характеристики помехоустойчивых кодов с $R \approx 1/2$

Последовательный декодер. Для декодирования сверточных кодов с несколько большей конструктивной длиной могут применяться последовательные алгоритмы декодирования [10, 11]. Такие алгоритмы могут использоваться для декодирования сверточных кодов стандарта TIA-1008. Пример характеристик последовательного декодера сверточного кода с $K=41$ представлен на рис. 2 кривой «2) Последовательный($K=41$)». Видно, что такие декодеры способны работать примерно в 3 дБ от пропускной способности канала. Невысокая эффективность последовательных декодеров определяется тем, что с точки зрения теории такие алгоритмы работоспособны только в области, меньшей,

чем вычислительная скорость канала, что примерно на 3 дБ выше, чем граница, соответствующая пропускной способности канала.

Каскадные коды. Важным этапом в развитии теории кодирования является появление каскадных кодов [12], в основе построения которых лежит идея совместного использования нескольких составляющих кодов. Данный подход позволяет эффективно декодировать всю кодовую конструкцию с помощью декодеров достаточно простых составляющих кодов.

Широкое применение в системах передачи данных (CCSDS, DVB-H/T/S, IEEE 802.16, TIA-1008) нашла каскадная схема, в которой данные сначала кодируются внешним кодом Рида-Соломона (РС), а затем внутренним сверточным кодом, декодируемым с помощью декодера Витерби [13]. Часто в данной схеме между внешним и внутренним кодером/декодером включаются устройства перемежения и восстановления (деперемежения), осуществляющие псевдослучайную перестановку символов внешнего кода и восстановление исходного порядка символов соответственно. Эти устройства предназначены для разбиения пакетов ошибок, появляющихся при декодировании принятого из канала сообщения с помощью декодера внутреннего кода (декодера Витерби), что позволяет существенно улучшить эффективность каскадной конструкции в целом. Характеристики часто используемого каскадного кода, состоящего из укороченного кода Рида-Соломона (204,188,8) и сверточного кода с $K=7$ представлены на рис. 2 кривой «3) РС(204,188,8)+АВ(K=7)». Отметим, что такая каскадная схема может работать примерно в 2.5 дБ от пропускной способности канала.

Интерес для систем передачи данных часто представляют малоизбыточные помехоустойчивые коды. На рис. 3 кривой «1) РС+АВ(R=0.87,n=16K)» представлены характеристики каскадного кода, состоящего из кода Рида-Соломона и сверточного кода с общей кодовой скоростью $R=0.87$ и длиной блока порядка 16 тысяч битов. Отметим, что данная кодовая конструкция способна работать чуть более чем в 2.5 дБ от пропускной способности канала, равной для данных параметров канала и кодирования 2.9 дБ.

Многopороговые декодеры. Значительно лучшей эффективностью обладает многopороговый декодер (МПД) самоортогональных кодов (СОК) [14–19], который является развитием простейшего порогового декодера Мессе и позволяет декодировать

очень длинные коды с линейной от длины кода сложностью реализации. При этом МПД способен вплотную приблизиться к решению оптимального декодера в достаточно широком диапазоне кодовых скоростей и уровней шума в канале. Данный алгоритм развивается специалистами Института космических исследований РАН и Рязанского государственного радиотехнического университета.

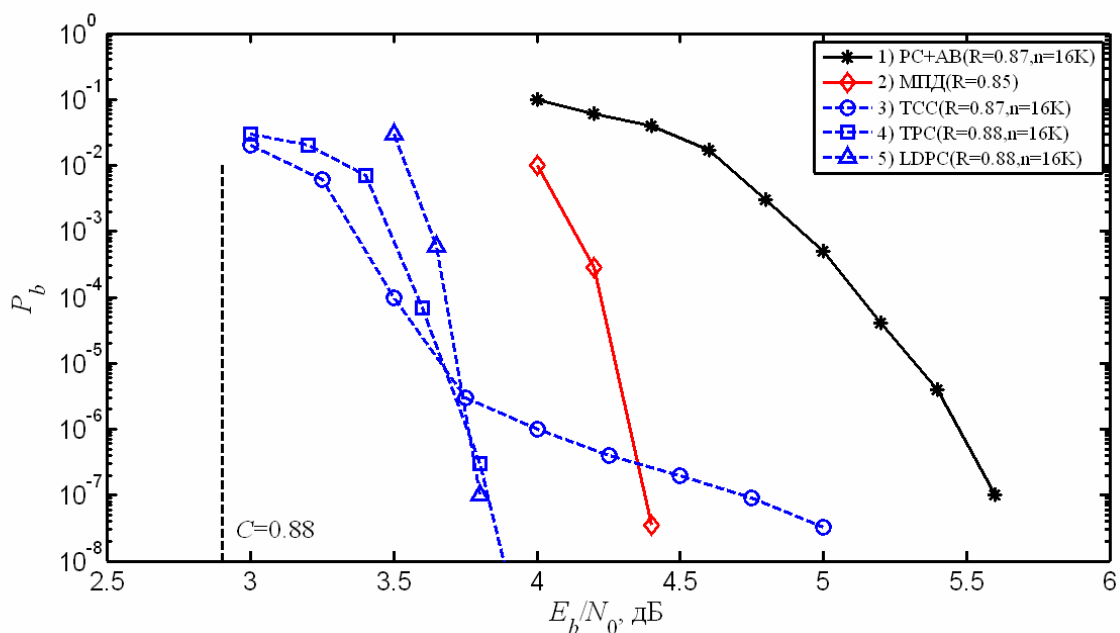


Рис. 3. Характеристики малоизбыточных помехоустойчивых кодов

МПД используется для декодирования блочных или сверточных СОК, кодер для которых является простейшим устройством, состоящим только из регистров сдвига и сумматоров по модулю 2. Пример кодера для сверточного СОК показан на рис. 4. Достаточно простым является и сам МПД, пример которого для такого же сверточного кода показан на рис. 5.

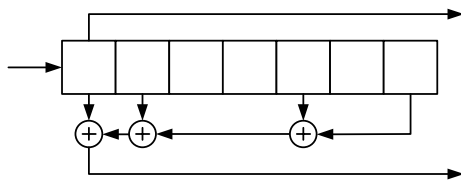


Рис. 4. Схема кодера сверточного СОК

Несмотря на кажущуюся простоту, МПД при правильном выборе используемых в нем кодов и параметров декодирования обеспечивает очень высокую корректирующую

тысяч битов. Отметим, что МПД способен работать примерно в 1.5 дБ от пропускной способности канала и при этом оказывается лучше каскадного кода на основе кода Рида-Соломона и сверточного кода более чем на 1 дБ.

При анализе сложности реализации оказывается, что МПД при декодировании выполняет в десять и более раз меньшее число операций, чем другие сопоставимые по эффективности методы коррекции ошибок [14, 15, 18]. Кроме этого, для МПД существует возможность полного распараллеливания операций при его аппаратной реализации. Это позволяет считать, что МПД могут быть признаны одним из основных методов коррекции ошибок для многих современных высокоскоростных систем передачи данных с предельно возможными уровнями энергетического выигрыша и быстродействием, достигающим сотен и тысяч Мбит/с. Дополнительную информацию о МПД можно получить на специализированном веб-сайте [19].

Турбо коды. Еще один важный этап в развитии теории кодирования связан с открытием турбо кодов, образующихся путем каскадирования двух или более составляющих кодов. Первые турбо коды, предложенные Беру и соавторами [20], состояли из двух параллельно соединенных через перемежитель сверточных кодов. В общем случае турбо коды могут получаться как при параллельном (рис. 6а), так и последовательном (рис. 6б) соединении кодов, разделенных перемежителем, обозначенном на рис. 6 блоком Р.

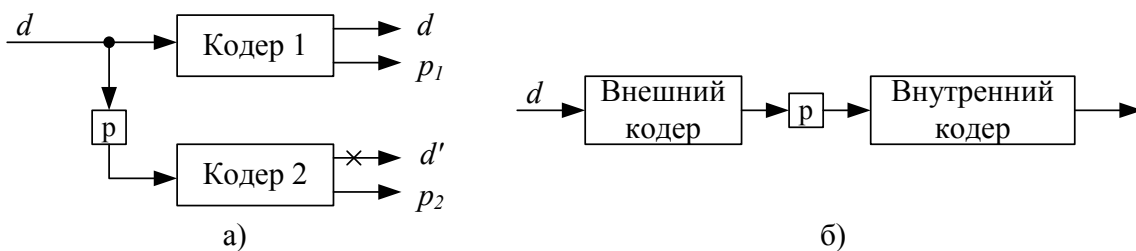


Рис. 6. Кодер параллельного (а) и последовательного (б) турбо кода

Наиболее важным моментом при проектировании турбо кодов с параллельным каскадированием является правильный выбор составляющих кодов и перемежителя. Результаты исследований показали, что для турбо кода такого типа наилучшими составляющими кодами являются рекурсивные систематические сверточные коды (рис. 7), поскольку их применение позволяет значительно уменьшить число кодовых слов низкого веса, определяющих эффективность турбо кода [21]. Получающийся в результате турбо

код обычно называется сверточным турбо кодом (Turbo Convolutional Code – TCC). Роль перемежителя в турбо кодах состоит в уменьшении корреляции между соседними символами кодового слова, что позволяет на каждой итерации декодирования уменьшать вероятность ошибки. Кроме этого, перемежитель также оказывает огромное влияние на минимальное кодовое расстояние турбо кода и количество кодовых слов низкого веса, определяющих эффективность турбо кода. Наилучшими характеристиками обладают турбо коды с псевдослучайными перемежителями, однако часто они слишком сложны для построения и поэтому на практике приходится использовать перемежители с регулярной структурой.

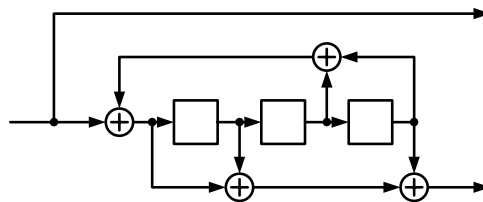


Рис. 7. Кодер рекурсивного систематического сверточного кода

Для декодирования турбо кодов используется итеративное декодирование с мягким решением, позволяющее получить очень близкие к пропускной способности канала характеристики. В процессе итеративного декодирования турбо кодов выполняются несколько итераций декодирования, на каждой из которых происходит декодирование каждого из составляющих кодов, после чего результат декодирования используется декодером другого составляющего кода для получения более точных решений (рис. 8). Для декодирования составляющих кодов могут использоваться любые алгоритмы декодирования, способные формировать мягкие решения относительно декодированных символов. Наибольшее практическое применение нашли такие алгоритмы декодирования, как Log-MAP, Max-Log-MAP и Soft Output Viterby Algorithm.

Проведенные с момента открытия турбо кодов исследования показали, что эффективность данных кодов очень высока. Они способны работать при энергетике, всего лишь на 0.5 дБ выше пропускной способности канала. При этом сложность их реализации оказывается меньше сложности декодеров сопоставимых по эффективности сверточных кодов. Поэтому на сегодняшний день различные варианты турбо кодов уже ре-

комендованы к применению в таких стандартах беспроводной связи, как CCSDS, TIA-1008, CDMA2000, UMTS. На рис. 2 для примера кривой «7) TCC CDMA2000(n=3060)» показаны характеристики турбо кода длиной 3060 битов, рекомендованного в стандарте CDMA2000. Видно, что данный турбо код работает всего в 1.5 дБ от пропускной способности канала. Отметим, что для TCC свойственно наличие области насыщения вероятности ошибки (error floor), в которой скорость уменьшения вероятности ошибки при повышении отношения сигнал/шум значительно замедляется. Для рассматриваемого TCC эта область начинается при вероятности ошибки декодирования порядка 10^{-7} . Характеристики малоизбыточных TCC с $R=0.87$ и длиной блока 16К представлены на рис. 3 кривой «2) TCC(R=0.87,n=16K)». Здесь также наблюдается область насыщения вероятности ошибки.

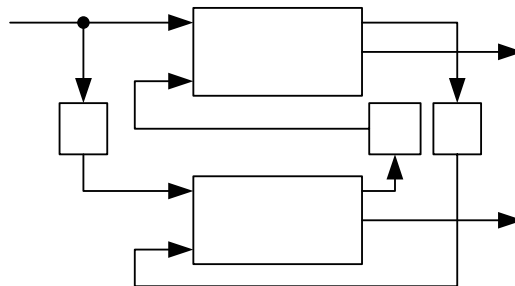


Рис. 8. Декодер TCC кода

Основными недостатками TCC следует признать все же относительно высокую сложность практической реализации, а также наличие области насыщения вероятности ошибки. Данный эффект определяется небольшим кодовым расстоянием турбо кодов.

В несколько меньшей степени эффект насыщения вероятности ошибки проявляется в duo-binary турбо кодах [26], рекомендованных к применению в стандартах DVB-S, IEEE 802.16. Данные коды показывают очень хорошие характеристики при небольших длинах блока и высоких кодовых скоростях. Отличительной особенностью duo-binary турбо кода является то, что составляющие его коды работают не с отдельными битами, а с парами битов. Пример составляющего кодера такого кода показан на рис. 9.

Характеристики duo-binary турбо кода с длиной кода 848 битов показаны на рис. 2 кривой «8) TCC DVB-S(n=848)». Отметим, что данный турбо код работает менее чем в

2.5 дБ от пропускной способности канала, что является очень хорошим результатом для такой длины блока.

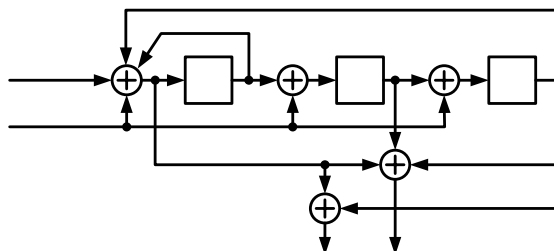


Рис. 9. Кодер составляющего кода duo-binary турбо кода

Еще одним перспективным видом турбо кодов являются турбо коды произведения (Turbo Product Code – TPC) [22], которые строятся путем последовательного каскадирования двух или более блоковых кодов. При этом в качестве составляющих кодов обычно выбираются короткие, легко декодируемые коды, такие как коды с контролем четности, коды Хэмминга, расширенные коды Хэмминга и некоторые другие. Составляющими кодами могут быть как одинаковые, так и разные коды. Для TPC применим итеративный алгоритм декодирования, позволяющий при невысокой сложности реализации получать близкую к предельной эффективность декодирования. В результате, использующие TPC системы передачи данных способны работать при очень низких отношениях сигнал/шум. Дополнительным преимуществом TPC является хорошая адаптивность к предъявляемым требованиям по корректирующей способности, вносимой избыточности, длинам используемых кодов и др. Все эти преимущества способствуют применению TPC во многих системах передачи данных, например INTELSAT, IEEE 802.16.

При реализации операции кодирования двумерным TPC (состоящим из двух составляющих кодов) исходные данные записываются в двумерный массив по строкам, после чего сначала данные кодируются по строкам с помощью первого кода, а затем данные и проверочные биты первого кода кодируются по столбцам вторым составляющим кодом. Затем для передачи в канал данные из массива также считываются по строкам. Пример кодового слова такого двумерного TPC представлен на рис. 10.

Для декодирования TPC используется итеративный декодер, пример схемы которого представлен на рис. 11. Здесь сначала декодируются все строки блока, а затем все

столбцы. Процедура декодирования повторяется несколько раз для максимизации производительности декодера. Для достижения максимальной эффективности при декодировании составляющих кодов необходимо использовать декодеры с мягкой оценкой декодируемых символов (SISO-декодеры). Эти декодеры обычно используют Soft Output Viterbi Algorithm или модифицированный алгоритм Чейза.

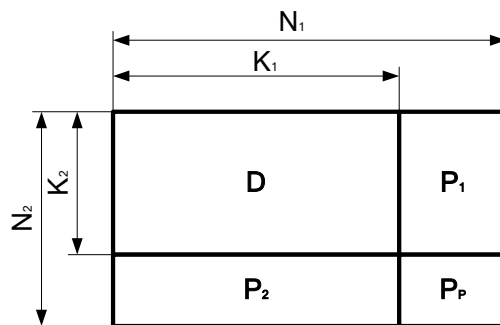


Рис. 10. Структура кодового слова турбо кода произведения

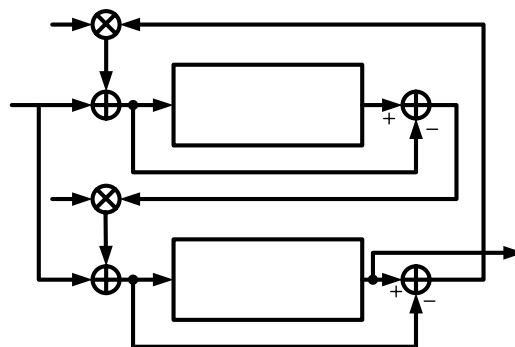


Рис. 11. Декодер двухмерного ТРС кода

Пример характеристик ТРС с кодовой скоростью $R \approx 1/2$ и длиной блока 4096 битов представлен на рис. 2 кривой «9) ТРС($n=4096$)». Заметим, что при такой кодовой скорости ТРС заметно уступают ТСС при сопоставимых длинах блоков. Однако при высоких кодовых скоростях ($R > 0.5$) ТРС обладают очень хорошей эффективностью. Для примера на рис. 3 кривой «3) ТРС($R=0.88, n=16K$)» представлены характеристики ТРС с кодовой скоростью $R=0.88$ и длиной блока 16К. Он способен работать менее чем в 1 дБ от пропускной способности канала. Кроме этого, ТРС имеют значительно большее кодовое расстояние, и, поэтому, область насыщения вероятности ошибки для них будет гораздо ниже, чем для ТСС. В результате с помощью ТРС можно обеспечивать очень малые вероятности ошибки декодирования.

При анализе сложности реализации оказывается, что сложность декодера ТРС значительно меньше сложности декодера ТСС. В результате декодеры ТРС оказываются способными работать со скоростями в несколько сотен Мбит/с. При использовании ТСС подобные скорости получить очень сложно.

Низкоплотностные коды. В последнее время особое внимание зарубежными и отечественными специалистами уделяется классу кодов с малой плотностью проверок на четность (Low-Density Parity-Check – LDPC), предложенным Р.Галлагером еще в 1962 г. и заново «открытым» Д.Маккаем в середине 90-х гг. [23]. Применение методов итеративного декодирования к данным кодам позволяет практически вплотную приблизиться к пропускной способности канала при относительно небольшой сложности реализации [24]. В связи с этим во многих новых стандартах передачи различного рода данных (DVB-S2, 802.11n, 802.16e) именно LDPC коды рекомендованы для исправления ошибок.

LDPC коды представляют собой линейные блочные коды, задаваемые с помощью проверочной матрицы **H**, характеризуемой относительно малым (<10) числом единиц в строках и столбцах (рис. 12а). Проверочной матрице кода ставится в соответствие граф Таннера, в котором для представления строк и столбцов проверочной матрицы используются определенным образом связанные между собой битовые и проверочные узлы. Например, для кода с матрицей **H** с рис. 12а граф Таннера представлен на рис. 12б.

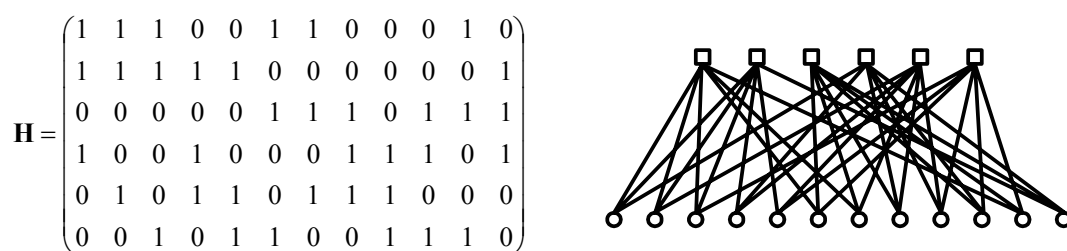


Рис. 12. Проверочная матрица и граф Таннера LDPC кода

Для декодирования LDPC кодов обычно используются разновидности sum-product и min-sum алгоритмов, работающих с графом Таннера кода. Данные алгоритмы отличаются сложностью реализации и эффективностью декодирования. В основе работы данных методов лежит итеративный обмен мягкими решениями между битовыми (нижними

на рис. 12б) и проверочными (верхними на рис. 12б) узлами графа кода. При правильном выборе кода (проверочной матрицы) удастся получить близкие к оптимальным результаты. Интересный алгоритм декодирования LDPC кодов, названный авторами многопороговым декодированием, предложен в Санкт-Петербургском государственном университете аэрокосмического приборостроения [25]. Данный алгоритм позволяет получить достаточно хорошие результаты при меньшей сложности реализации.

На рис. 2 кривой «10) LDPC($n=1000000$)» показаны характеристики очень длинного LDPC кода длиной 1000000 битов. Видно, что данный код способен работать примерно в 0.1 дБ от пропускной способности канала, хотя, конечно, его реализация слишком сложна для практического применения. Характеристики используемых в стандартах IEEE 802.16e и DVB-S2 LDPC кодов длиной 2304 и 64800 битов представлены на рис. 2 кривыми «11) 802.16e LDPC($n=2304$)» и «12) DVB-S2 LDPC($n=64800$)». Видно, что данные коды показывают сопоставимую с турбо кодами эффективность, но при этом сложность их реализации оказывается в несколько раз меньшей. Характеристики малоизбыточных LDPC кодов, применяемых в стандарте DVB-S2, представлены на рис. 3 кривой «4) LDPC($R=0.88, n=16K$)». И при такой кодовой скорости эффективность LDPC близка к предельной.

Следует заметить, что представленные для турбо и LDPC кодов результаты относились к наилучшим алгоритмам их декодирования, работающим с некантованными решениями демодулятора. При аппаратной реализации декодера часто из-за различных ограничений это оказывается недопустимым. При переходе к более простым алгоритмам, работающим с кантованными на несколько уровней решениям демодулятора возможны потери от 0.5 до 1 дБ и даже более. Характеристики же МПД и остальных алгоритмов получены с учетом требований аппаратной реализации.

Заключение. В статье рассмотрены помехоустойчивые коды и алгоритмы их декодирования, как широко применяющиеся в цифровых системах передачи данных, так и только разрабатываемые. Показано, что на сегодняшний день существует всего несколько методов коррекции ошибок, способных работать вблизи пропускной способности канала. К ним можно отнести многопороговые декодеры самоортогональных кодов, турбо и низкоплотностные коды. Каждый из них имеет свои достоинства, недостатки и,

соответственно, свою область применения. Например, турбо и низкоплотностные коды способны работать при уровне энергетики канала, всего на несколько десятых децибела превышающих его пропускную способность. Однако для практической реализации декодеров данных кодов требуются значительные аппаратные ресурсы. В результате разработчики кодеков вынуждены или использовать чрезвычайно дорогие аппаратные средства, или идти на упрощение алгоритмов, что приводит к некоторому ухудшению характеристик. Многопороговые декодеры, хотя и незначительно уступают турбо и низкоплотностным кодам по обеспечиваемому уровню энергетического выигрыша, оказываются при этом очень простыми для практической реализации, что позволяет создавать недорогие кодеки МПД, успешно работающие в высокоскоростных цифровых системах передачи данных.

На сайте [19] на его методической и образовательной страницах представлены демопрограммы для ряда методов декодирования, рассмотренных в обзоре. Они имеют ряд настраиваемых параметров и помогают оценить многие характеристики данных алгоритмов коррекции ошибок при различных уровнях шума.

В следующей статье будет выполнен обзор методов помехоустойчивого кодирования двоичных данных, используемых для коррекции ошибок как при передаче данных по цифровым каналам, так и в системах хранения данных для защиты информации от искажений.

Литература

1. IEEE P802.11n™/D2.0, "Draft STANDARD for Information Technology – Telecommunications and information exchange between systems – Local and metropolitan area networks – Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications: Amendment 4: Enhancements for Higher Throughput".
2. Part 16: Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access Systems Amendment for Physical and Medium Access Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation in Licensed Bands, IEEE P802.16e-2005, October 2005.
3. European Telecommunications Standards Institute. Digital video broadcasting (DVB); interaction channel for satellite distribution systems. ETSI EN 301 790 V1.2.2, (12-2000) 2000.

4. European Telecommunications Standards Institute. Digital video broadcasting (DVB) second generation framing structure, channel coding and modulation systems for broadcasting, interactive services, news gathering and other broadband satellite applications. DRAFT EN 302 307 (v. 1.1.2 06.2006).
5. Consultative Committee for Space Data Systems, Draft CCSDS recommendation for telemetry channel coding (updated to include turbo codes)," tech. rep., CCSDS, May 1998. Pink Paper, Rev. 4.
6. TIA STANDARD. Internet Protocol over Satellite (IPoS). TIA-1008. October 9, 2003.
7. Third Generation Partnership Project 2 (3GPP2). Physical Layer Standard for cdma2000 Spread Spectrum Systems, Release C. 3GPP2 C.S0002-C, Version 1.0 (May 28, 2002).
8. European Telecommunications Standards Institute, Universal mobile telecommunications system (UMTS): Multiplexing and channel coding (FDD), 3GPP TS 125.212 version 3.4.0, pp. 14–20, Sept. 23, 2000.
9. Viterbi A., Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm, IEEE Trans., 1967, IT-13, pp.260–269.
10. Wozencraft J. Sequential decoding for reliable communication. IRE Natl. Conv. Rec., 1957, vol.5, pt.3, pp.11–25.
11. Fano R. A heuristic discussion of probabilistic decoding. IRE Trans. Inf. Theory, 1963, vol.IT9. no.2, pp.64–74.
12. Форми Д. Каскадные коды // Пер. с англ. под ред. Самойленко С.И. М.: Мир, 1970.
13. Cideciyan R., Eleftheriou E., Rupp M. Concatenated Reed-Solomon/Convolutional Coding for Data Transmission in CDMA-Based Cellular Systems // IEEE Trans. on Commun., Oct. 1997. vol.45, no.10. pp.1291–1303.
14. Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы. Справочник. М.: Горячая линия – Телеком, 2004.
15. Золотарев В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования. М.: Радио и связь, Горячая линия – Телеком, 2006.

16. Зубарев Ю.Б., Золотарев В.В., Овечкин Г.В., Дмитриева Т.А. Многопороговые алгоритмы для спутниковых сетей с оптимальными характеристиками // Электросвязь, 2006. №10.С. 9–11.

17. Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Алгоритмы многопорогового декодирования для гауссовских каналов. Информационные процессы. 2008, том 8, №1, С.68–93.

18. Зубарев Ю.Б., Золотарев В.В., Овечкин Г.В., Обзор методов помехоустойчивого кодирования с использованием многопороговых алгоритмов // Цифровая обработка сигналов, 2008, №1, С.2–11.

19. Многопороговые декодеры. Веб-сайт ИКИ РАН www.mtdbest.iki.rssi.ru.

20. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes // Proc. of the Intern. Conf. on Commun (Geneva, Switzerland). May 1993. pp.1064–1070.

21. Seghers J. On the Free Distance of TURBO Codes and Related Product Codes // Final Report, Diploma Project SS 1995, Number 6613, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Switzerland, August 1995.

22. Press Release, АНА announces Turbo Product Code Forward Error Correction Technology. 1998.

23. MacKay D., Neal R. Near Shannon limit performance of low density parity check codes // IEEE Electronics Letters. Aug. 1996. vol.32. no.18. pp.1645–1646.

24. Chung S., Forney D., Richardson T., Urbanke R. On the Design of Low-Density Parity-Check Codes within 0.0045 dB of the Shannon Limit // IEEE Comm. Letters. Feb. 2001. vol.5, no.2, pp.58–60.

25. Белоголовый А.В., Крук Е.А. Многопороговое декодирование кодов с низкой плотностью проверок на четность // В сб. «Вопросы передачи и защиты информации». СПбГУАП. СПб., 2006. С.25–37.

26. Valenti M.C., Cheng S., Iyer Seshadri R. Digital video broadcasting // Chapter 12 of Turbo Code Applications: A Journey from a Paper to Realization, Springer, 2005.