Золотарев В.В., Овечкин Г.В.

ДИВЕРГЕНТНОЕ КОДИРОВАНИЕ СВЁРТОЧНЫХ КОДОВ

(г. Москва, Институт космических исследований РАН,
г. Рязань, Рязанский государственный радиотехнический университет)

Представленные в [1, 2] основные достижения оптимизационной теории кодирования свидетельствуют о том, что построенные на новых постулатах этой теории многопороговые декодеры (МПД) к настоящему моменту достигли уже весьма высокого уровня эффективности при умеренной сложности. Текущие возможности МПД таковы, что в гауссовских каналах эти алгоритмы работают с вероятностью ошибки на бит $P_b(e)<10^{-5}$ при уровне битовой энергетики E_b/N_0~1,3 дБ. Организовать столь же эффективную работу декодеров низкоплотностных (LDPC) кодов, которые до недавнего времени оставались единственными конкурентами МПД алгоритмов в гауссовских каналах, при таком уровне шума уже весьма сложно, а для высокоскоростных каналах и невозможно. Гораздо сложнее для этих алгоритмов и задача декодирования свёрточных кодов. С другой стороны, возможность реализации декодеров МПД на основе технических решений [3] полностью снимает с них проблему скорости работы, т.к. позволяет сохранять высокие энергетические характеристики декодирования вообще на любых скоростях передачи канала, в том числе выше, чем 1 Гбит/с [4, 5]. К тому же ресурсы улучшения характеристик для МПД алгоритмов ещё не полностью исчерпаны, что позволяет и в дальнейшем ожидать от них дальнейшего улучшения эффективности работы при больших уровнях шума. При этом можно напомнить, что эффективность МПД при их использовании в недвоичных каналах с символьными кодами или в каналах со стираниями (везде при очень малой сложности) была уже изначально при создании этих алгоритмов столь значительна, что для таких приложений никаких конкурирующих методов у МПД декодеров нет и в обозримый период, наверное, не будет.

Отдельно возникающий вопрос о сложности декодирования средствами МПД полностью снимается, если проанализировать скорость работы известных в настоящее время демопрограмм всех популярных методов декодирования (алгоритма Витерби (АВ), декодеров кодов LDPC и Рида-Соломона (РС), МПД, символьных декодеров QМПД и ряда других). Все они доступны на наших порталах www.mtdbest.ru и www.mtdbest.iki.rssi.ru . В абсолютном большинстве случаев оказывается, что все модификации МПД алгоритмов обеспечивают на несколько порядков более высокие достоверности декодирования, чем прочие методы, и одновременно (!!!) демонстрируют также на несколько десятичных порядков большие скорости декодирования, чем их бывшие потенциальные конкуренты. Главная причина столь высокой степени преимущества МПД декодеров всегда заключается в том, что и для весьма высоких уровней шума канала они обеспечивают такое же декодирование, как и оптимальные переборные методы, но при линейной сложности. А последнее обстоятельство позволяет этим алгоритмам использовать очень длинные коды, что и определяет их превосходство над АВ [1, 2]. И, наконец, особенно важно, что для многих сочетаний характеристик кодов и каналов эффективность МПД разных модификаций при малой энергетике канала столь значительна, что других методов, которые работоспособны в этих условиях, вообще назвать нельзя. Таким образом, преодолев уровень эффективности реальных декодеров LDPC кодов, алгоритмы МПД фактически заявили о своём первенстве по эффективности и сложности реализации вообще для всех значимых приложений в системах передачи, хранения, контроля и восстановления цифровых данных.

Однако в настоящее время недостаточно применения в декодерах итеративного типа только простых средств обработки цифровых потоков на базе мажоритарной логики. То, что при уменьшении энергетики канала для обеспечения той же высокой эффективности по достоверности необходимо наращивать объём вычислений, специалистам уже давно очевидно. Но использование только мажоритарной логики, видимо, не даст существенно приблизиться к пропускной способности канала. В докладе предлагаются новые направления развития итеративных алгоритмов, которые могут помочь значительно приблизить допустимые уровни кодовых скоростей к пропускной способности каналов.

Рассмотрим схему простого свёрточного кодирования с кодовой скоростью R=1/2, представленную на рис. 1. Она состоит, условно говоря, из регистра сдвига, в левой части которого сгруппированы ячейки, с выходов которых поступают значения их содержимого на входы полусумматора (mod 2 сумматор), с выхода которого проверочные символы кода отправляются в канал. Для упрощения описания будем полагать код систематическим. Поэтому вместе с проверочным символом кода в канал на каждом такте работы кодера уходит и один информационный символ из нулевой ячейки регистра сдвига. Принципиальным моментом для описания работы данного кодера является наличие далеко в правой части кодирующего регистра ещё одной ячейки, содержимое которой также поступает на вход полусумматора, с которого данные уходят в канал. Конечно, код может быть и несистематическим, а ячеек в правой части регистра, с которых отправляются данные во многовходовой полусумматор, может быть в общем случае достаточно много. Но пока ограничимся анализом представленных схем.

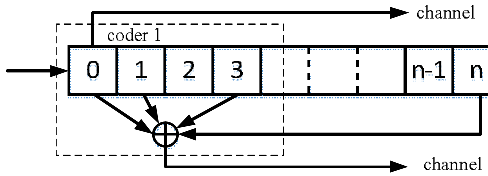

Рис. 1. Кодер дивергентного кода

На рис. 2 показан декодер свёрточного кода, соответствующий кодеру на рис.1. Он построен по идеям МПД и содержит 2 пороговых элемента (ПЭ) находящихся в левой и правой частях декодера. Левый ПЭ и соответствующие части информационного и синдромного регистров, с которыми он взаимодействует, выделены пунктирным квадратом и названы Decoder1 (D1).

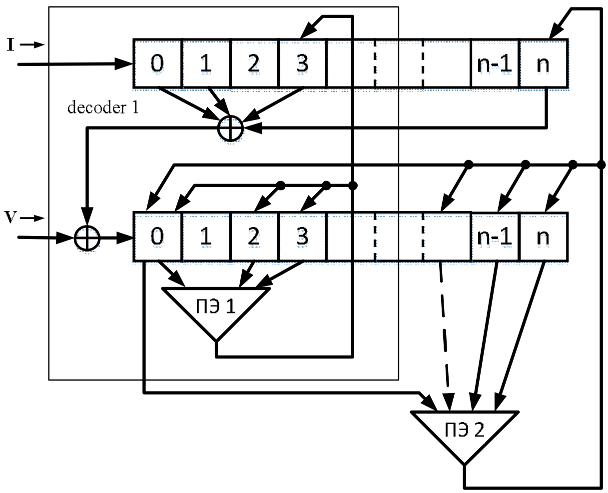

Рис. 2. Декодер дивергентного кода

Полный декодер со вторым ПЭ2 в правой части регистров декодеров подобен D1. Но на вход ПЭ2 поступает ещё и дополнительная проверка кода, которая появляется декодере намного позже символов компактной группы проверок, связанных с первым ПЭ1.

При работе в канале первый ПЭ1 принимает решения об информационных ошибках на основании только своей группы проверок. Если шум канала и код выбраны правильно, то после первого ПЭ1 плотность таких ошибок будет меньше, чем до этого порога, а достигнув второго ПЭ2, эти ошибки согласно принципам работы МПД будут подчищены. А поскольку на входы ПЭ2 поступает на одну большее число проверок, чем в ПЭ1, то и корректирующие возможности второго ПЭ2 будут более высокими, что позволит усилить процесс коррекции, так как второй ПЭ2 работает с кодом, у которого минимальное расстояние d как бы выросло на единичку по сравнению с первым ПЭ1. Важно, что этого удалось добиться без привлечения методов каскадирования, которые отнимают избыточность у первого кода (и первого ПЭ1), что заметно уменьшает корректирующие возможности первого декодера.

Очевидно, что предложенный код сам может быть первой частью ещё более длинного кода с подобной же структурой. Тогда на двух таких условных "каскадах" кодирования/декодирования минимальное расстояние d уже будет увеличено на 2 и т.д. Действительно, такие схемы успешно работают, соответствуют принципам работы МПД и Основной теоремы, показывая удовлетворительные результаты.

Но на самом деле получившаяся схема декодирования стала намного более сложной, так как эффект роста кодового расстояния, крайне ценного ресурса, не может быть получен просто так. Первый декодер на рис. 2 часть ошибок, которые он не исправил, пропускает направо ко второму ПЭ2. И тогда с ячейки n через 2 полусумматора эти ошибки попадают в синдромный регистр. Значит, первый ПЭ1 работает при немного возросшем уровне шума, что ухудшает его характеристики. Но если ПЭ1 справляется с этим возросшим потоком ошибок и ухудшает свои характеристики немного, а второй ПЭ2 помогает первому, то можно ожидать, что вместе они справятся с таким более сложным потоком ошибок, что и позволяет продолжить анализ этой схемы для определения её возможностей при высоком уровне шума.

Рассмотрим возможности такой дивергентной схемы (с растущими, "расходящимися" значениями d) с помощью рис. 3. На нём представлены приближённые зависимости вероятности ошибки декодеров $P_b(e)$ от уровня шума канала для алгоритма Витерби (VA) и для МПД декодеров с кодами, имеющими некоторое кодовое расстояние d и $d+1$. Характеристики имеют типичные изгибы, которые находятся в точках, где вероятности ошибки МПД при уменьшении уровня шума (вправо) достигают оптимальных минимальных значений для используемых кодов. Левее точек перегибов алгоритмы уже не могут работать из-за высокого шума канала. Рисунок демонстрирует принцип дивергентного кодирования, при котором МПД, работающий в такой схеме с кодом, имеющим расстояние d+1 обеспечивает декодирование при уровне шума ~1,7 дБ, хотя сам МПД работает в обычном режиме только при уровне шума порядка 1,8 дБ. Возьмём МПД с кодом, имеющим минимальное расстояние d. Его характеристики близки к оптимальным до энергетики 1,6 дБ. Установим уровень шума для него 1,7 дБ. Это точка 1 на диаграмме. Теперь подключим в кодере и декодере дополнительную далёкую проверку, влияние которой мы обсуждали по рис. 1 и 2. Если дополнительный шум от этой проверки невелик и может быть выражен как увеличение шума канала примерно на 0,1 дБ, с которым первый МПД с кодом, имеющим расстояние d, ещё справляется, то характеристики этого МПД сместятся из точки 1 в точку 2 и пока останутся оптимальными. Но тогда во второй декодер с ПЭ2 действительно попадает поток информационных ошибок из первого декодера с гораздо меньшей плотностью, чем вероятность ошибок в канале. А это и создаёт условия, при которых второй ПЭ2 действительно тоже дополнительно снизит плотность ошибок, пришедших к нему от первого ПЭ1 (точка 3). Но это произойдёт уже при уровне шума, примерно на 0,1 дБ большем, чем тот, при котором ПЭ2 мог работать без поддержки ПЭ1. Разумеется, применяя этот принцип несколько раз, можно значительно продвинуться в область более высоких шумов канала.

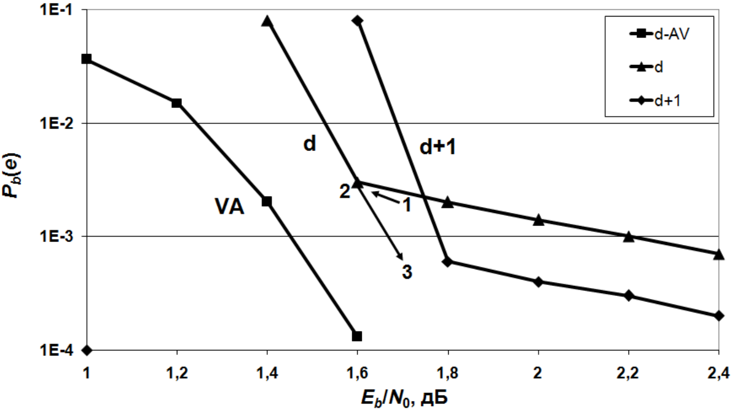

Рис. 3. Характеристики дивергентного кода

Обращаясь далее к графику для АВ, который приведён на рис. 3, можно заметить, что он не имеет таких перегибов, как кривые для

МПД. Кроме того, обычно графики для длинных, но ещё реализуемых в плане сложности декодеров АВ лежат левее графиков для МПД, как это и показано на рис. 2. Это значит, что если вместо первого ПЭ1 поставить достаточно эффективный декодер АВ, то применение принципа дивергенции может быть ещё более эффективным. Проверка показала, что такие решения действительно работоспособны.

Разнообразные сопоставления эффективности многих алгоритмов декодирования показали также, что единственной группой методов, которые измеряют расстояние своих решений до принятого сообщения, являются МПД, QМПД (декодеры символьных кодов) и алгоритм Витерби. Они объединены нами в класс кодов с прямым контролем метрики и уже успешно применяются совместно, в том числе для дивергентного кодирования. Работы в этом направлении расширяются.

Исследования дивергентного кодирования с МПД алгоритмами и АВ получили поддержку РФФИ (грант 14-07-00859).

Библиографический список

1. В.В. Золотарёв, Ю.Б. Зубарев, Г.В. Овечкин, С.В. Аверин, П.В. Овечкин. 25 лет оптимизационной теории кодирования: - новые перспективы // (настоящий сборник).

2 В.В. Золотарёв, Ю.Б. Зубарев, Г.В. Овечкин. Многопороговые декодеры и оптимизационная теория кодирования. // Под редакцией академика РАН В.К. Левина. М., «Горячая линия – Телеком», 2012, 238 с.

3. Патент РФ №2377722 .

4. Золотарёв В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Высокоскоростной многопороговый декодер для систем передачи больших объемов данных // Научно-технический сборник «Техника средств связи», серия «Техника телевидения», юбилейный выпуск, МНИТИ, 2010, с.41–43.

5. В.В. Золотарёв. Г.В. Овечкин. Применение многопороговых методов декодирования помехоустойчивых кодов в высокоскоростных системах передачи данных // "Электросвязь, М., 2014, №12, с.10-14.