

## Прикладная теория кодирования – что же это такое?

Третье десятилетие нашего века оказалось тоже весьма плодотворным для публикаций результатов исследований научной школы Оптимизационной Теории (ОТ). После выхода в 2021 году новой монографии «Оптимальные алгоритмы декодирования Золотарёва» в этом 2022 году специалисты в области цифровых технологий получили давно ожидавшийся Справочник-2, который обязательно поможет развитию новых ещё более эффективных и простых методов кодирования для каналов цифровой связи и систем памяти.

Издание лидером научной школы ОТ профессором ИКИ РАН В.В. Золотарёвым нового справочника, как полагают сторонники школы, стало масштабным завершением крайне сложного этапа развития прикладной теории помехоустойчивого кодирования в нашей стране. Эта теория включает множество весьма разнообразных кластеров целей, методов и идей, объединённых общей целью простейшей высокодостоверной коррекции ошибок даже при очень высоких вероятностях искажений информации при передаче, во время обработки, при хранении и в период восстановления. Опыт школы ОТ показал, что фактически во всех этих случаях следует искать действительно весьма разные методы, стили и формы реализации алгоритмов.

Отметим, что главная теоретическая часть прикладной ТК - задача создания лучших по критерию ПДС≡«помехоустойчивость-достоверность-сложность» декодеров, была полностью завершена еще в 1985 году. К этому моменту нашей школой был взят последний неприступный бастион Природы, который она охраняла много лет: были найдены все теоретически наилучшие решения для последнего типа символьных многопороговых декодеров (МПД) для недвоичных кодов, также очень просто декодируемых и сходящихся к решениям оптимальных декодеров (ОД). Такие МПД, открытые и сразу полностью опубликованные через 25 лет после алгоритмов для кодов Рида-Соломона (РС), многократно превосходят их по возможностям исправления ошибок при значительно меньшей вычислительной сложности.

Особо подчеркнем, что развиваемая нашей школой ОТ как прикладная современная ТК стала крайне компактной. Наши коллеги полагают, конечно, несколько условно, что она по сравнению с прежней ТК стала до трёх десятичных порядков меньшей. И при этом все реальные численные соотношения, характеризующие каналы и алгоритмы декодирования, в нашей новой ОТ есть. Интересный в этом отношении опыт уже был поставлен в наших самых недавних работах, когда вся теория ОТ была строго изложена на 4-х страницах текста в PDF формате с сорока гиперссылками на литературу, где были указаны по большей части именно публикации школы ОТ.

Столь оригинальное подтверждение компактности и совершенства ОТ, как ни странно, является и на самом деле исключительно актуальным. Ведь у нас во всех монографиях школы ОТ есть вполне точные и достижимые оценки неуспешного оптимального и МПД декодирования для разных каналов, в частности, с ошибками и со стираниями, для вывода которых у нас везде требовалось всего лишь

полстраницы аккуратных логических рассуждений. И эти оценки были уже тысячи раз подтверждены в экспериментах.

На этом фоне на портале [www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru) совсем нетрудно обнаружить для некоторых LDPC кодов и их декодеров вывод весьма сложных аналогичных многопараметрических оценок в новых статьях этого тысячелетия размером до 25 страниц мельчайшего журнального текста иногда почти с сотней сложнейших формул и с большим числом перекрестных литературных ссылок.

И самое удивительное тут в том, что многократно проверенные и представленные на том же сетевом портале на 30 лет раньше результаты по МПД алгоритмам, включая и экспериментальные, показывают, что методы ОТ очень успешно работают всегда даже в каналах, в которых вероятности ошибки канала на входе декодера МПД больше, чем у теоретически оценивавшихся алгоритмов для LDPC кодов до пяти, иногда до десяти и даже до ста раз!

А причину этой, казалось бы, непостижимой ситуации мы уже давно объясняем, рассказываем и всеми способами доказываем всем: ТК в прикладном смысле – совершенно не математическая проблема. Структура, возможности, свойства многомерных цифровых пространств, а тем более сложнейшее воздействие на них самих декодеров столь непохожи на наш аналоговый мир, что ожидать даже оценочных приблизительных аналитических результатов для любых алгоритмов при большом шуме очень трудно, т. е. на самом деле просто невозможно. Как уже не раз справедливо указывал научный редактор нашего Справочника-2, посчитать для любых декодеров при большом уровне шума что-либо фактически вообще нельзя. Хорошей иллюстрацией этого является самый примитивный, казалось бы, пороговый декодер Месси, например, для блочного кода. Для него даже при кодовом расстоянии, равном  $d=7$ , а тем более,  $d=11$  и т. д., никто ни сейчас, ни когда-либо потом не сможет рассчитать вероятность ошибки декодирования при большом уровне шума. Нельзя!

Отсюда сразу очевидно и совсем неудивительно, что и в немного более сложном МПД эту вероятность тоже определить никогда не удастся. Понятно, что мы не обсуждаем простые коды типа Хемминга, БЧХ или РС. Но они все слабые.

Таким образом, и для нашей маленькой научной школы шансы решить столь трудную задачу поиска аналитических выражений для всевозможных оценок при большом шуме изначально были совсем невелики. Но если ТК – задача не математическая, то какая? Надо было искать. А наша школа ещё 50 лет назад приобщилась к вычислительной технике и быстро научилась определять даже на простеньких программных макетах на ЭВМ тех ещё времён возможные уровни достоверности наших декодеров, которые мы всегда старались сопоставлять со своими первоначально очень примитивными оценками. А потом лидером нашей школы профессором Золотарёвым В.В. была открыта Основная Теорема многопорогового декодирования (ОТМПД)!

С этого момента у нас всё стало складываться сказочно удачно. Для всех типов каналов быстро были найдены такие структуры дискретных пространств, т. е. просто кодов, для которых были осознаны важнейшие ситуационные понятия, например, оптимальные решения, а также методы их определения. И получилось, что мы всё сделали не так, как в прежней ТК, а наоборот: нашли предельные

возможные характеристики достоверности для тех кодов, которые мы были готовы использовать. А уже под эту цель подбирали удобные нам самые простые алгоритмы. Мы не мучились с тем, чтобы для выбранных кодов учиться искать аналитические выражения для вероятности ошибки декодеров. Это мы оставили эксперименту. А теория помогала искать именно способы побыстрее добраться до оптимального решения. Вот после этого эксперимент и теория уже пошли дальше вместе, прекрасно помогая друг другу. Об этом и рассказывают все наши монографии, обзоры и новые статьи. И это - ВСЁ!

Подчеркнём, что такие результаты оказались возможными благодаря развитию нами программного инструментария ОТ. Изначально эти программы были достаточно простыми, поскольку мажоритарные алгоритмы – это просто единственный активный пороговый элемент, который программируется, например, на C++ за минуты, так как его листинг занимает буквально 5..7 строк команд этого языка. Это сначала показалось нам простым делом. А затем программы из-за развития идеологии наших алгоритмов, но не их сложности, стали более масштабными. Но мы к тому времени уже освоили все основные методы программирования и более не боялись отладки своих моделей, так как уже хорошо понимали и ТК, т. е. уже именно нашу ОТ, и технологии цифровых систем. Всё это и стало основой сегодняшнего триумфа нашей научной школы ОТ.

А далее многократное уточнение нами возможностей ОТ, постоянная смена технических средств и обязательно большие воодушевляющие нас же успехи сделали своё дело. На текущий момент экспериментальной основой ОТ являются разнообразные технологии поиска глобального экстремума функционалов (ПГЭФ), базирующиеся на принципах сходимости решений всех наших декодеров к решениям ОД согласно теореме ОТМПД, которые, в свою очередь ориентируются на особые коды с мажоритарным декодированием, также создаваемые средствами ПГЭФ на основе теории размножения ошибок в пороговых декодерах.

Когда же эта система стала мощной технологической цепочкой, мы с удивлением обнаружили, что три наших главных «секрета»: средства ПГЭФ, теорема ОТМПД и теория размножения ошибок – они вообще отсутствуют в прежней прикладной ТК. Получилось, что мы действительно создали принципиально новую прикладную науку – теорию ОТ, на несколько порядков более компактную, чем прежняя, и которая на самом деле решила великую проблему гениального К. Шеннона: передавать максимально просто, с произвольно высокой достоверностью и по возможности ближе к пропускной способности цифровых каналов. Понятно, что последнее требование чрезвычайно важно, так как при этом многократно повышается к.п.д. очень дорогих цифровых сетей.

Не стоит забывать, однако, что ничего не случается просто «за так». Именно поэтому непосредственно на границе Шеннона, которую он назвал пропускной способностью канала, и в небольшой узкой области около неё никакие методы, включая и все алгоритмы ОТ, просто не работают. Эта недоступная декодерам область понемножку усилиями школы ОТ сокращается, и эта работа ещё будет нами продолжена. А сама такая ситуация определяется тем, что пропускная способность абсолютно упруга и, значит, принципиально недостижима, как например, скорость света в материальном физическом мире. Так что получается, что мы ещё достигли и

отличного компромисса с Природой, которая позволила нам найти крайне простые методы коррекции, которые не работают лишь в узкой области около границы Шеннона, тогда как действительно оптимальные методы экспоненциально сложны.

Нелишне отметить, что и все запатентованные у нас модификации блочных алгоритмов Витерби, столь же привычных, сколь и существенно улучшенных школой ОТ, также уже внесли и сделают ещё бóльшие вклады в задачу создания достаточно простых высокодостоверных методов оптимального декодирования коротких, каскадных и многих других полезных кодов.

Поддерживая все предложения, методы и уроки приобщения современных и будущих специалистов к принципиально новым технологиям создания декодеров для каналов с большим уровнем шума, изложенные автором Справочника-2, руководителем школы ОТ профессором В.В. Золотарёвым, выражаю твёрдую уверенность в успешном дальнейшем развитии именно российскими специалистами новой прикладной теории ОТ на последующих этапах создания цифровых систем и сетей в интересах науки и общества.

Приглашаем! Попробуйте, возьмите на вооружение и с удовольствием применяйте! Вы имеете все возможности вступить в ряды лидеров. А мы поможем!

Заведующий кафедрой  
«Вычислительная и прикладная математика»  
ФГБОУ ВО «Рязанский государственный  
радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина»,  
доктор технических наук, доцент

Овечкин Г.В.